

**РЕГЕНЕРАЦИЯ КАТИОНИТА ОТ ИОНОВ МЕДИ(II)
В ЕМКОСТНОМ АППАРАТЕ С МЕШАЛКОЙ****А.А. Рябиков, С.В. Натареев, А.А. Краснов**

Алексей Александрович Рябиков, Сергей Валентинович Натареев*
Ивановский государственный химико-технологический университет,
г. Иваново, Россия. 153000, Ивановская область, г. Иваново, пр. Шереметевский, 7.
E-mail: pluck612@gmail.com, natoret@mail.ru*
Краснов Александр Алексеевич
Ивановская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России,
г. Иваново, Россия. 153040, Ивановская область, г. Иваново, пр. Строителей, 33.
E-mail: krasnow.a.a@mail.ru

В статье изучены закономерности десорбции ионов меди (II) из сильнокислотного катионита КУ-2-8 растворами хлорида натрия. Предложено математическое описание процесса ионного обмена в емкостном аппарате непрерывного действия, учитывающее следующие упрощающие допущения: равновесие процесса описывается уравнением изотермы адсорбции Генри, скорость ионного обмена лимитируется внутренней диффузией, структура движения суспензии раствор-ионит близка к идеальному смешению. Получена изотерма ионного обмена $\text{Na}^+ - \text{Cu}^{2+}$ на катионите КУ-2-8 в статических условиях. Установлено, что на степень регенерации катионита существенное влияние оказывают концентрация и расход регенерирующего раствора. Сравнение результатов расчета и эксперимента позволило сделать вывод об адекватности разработанного математического описания реальному процессу. Расхождение расчета и эксперимента не превышает 12%. Даны рекомендации по практическому применению полученных зависимостей.

Ключевые слова: ионный обмен, емкостной аппарат с мешалкой, математическая модель, десорбция ионов меди (II)

**REGENERATION OF CATAIONITE FROM COPPER(II) IONS IN A CAPACITY
APPARATUS WITH A MIXER****A.A. Ryabikov, S.V. Natareev, A.A. Krasnov**

Alexey Alexandrovich Ryabikov, Sergey Valentinovich Natareev*
Ivanovo State University of Chemical Technology,
Ivanovo, Russia. 153000, Ivanovo region, Ivanovo, Sheremetevsky ave., 7
E-mail: pluck612@gmail.com, natoret@mail.ru*
Alexander Alekseevich Krasnov
Ivanovo Fire Rescue Academy of State Firefighting Service of Ministry of Russian Federation for Civil Defense, Emergencies and Elimination of Consequences of Natural Disasters,
Ivanovo, Russia, 153040, Ivanovo region, Ivanovo, Stroiteley ave., 33
E-mail: krasnow.a.a@mail.ru

This article examines the desorption of copper (II) ion from a sulfonic acid cation exchange resin KU-2-8 using sodium chloride solutions. A mathematical description of the ion exchange process is proposed in a apparatus, considering the simplifying assumptions: the process equilibrium is described by the Henry's adsorption isotherm equation, the rate of ion exchange is limited by internal diffusion, the structure of the solution-ionite suspension movement is close to

ideal mixing. The isotherm of ion exchange of $\text{Na}^+ - \text{Cu}^{2+}$ on the cation exchanger KU-2-8 was obtained under static conditions. It has been established that the concentration and flow rate of the regenerating solution have a significant impact on the degree of cationite regeneration. Comparison of the results of calculation and experiment made it possible to conclude that the developed mathematical description is adequate to the real process. The discrepancy between the calculation and the experiment does not exceed 12%. Recommendations are given on the application of the obtained dependences for practical application.

Keywords: ion exchange, capacity apparatus with a mixer, mathematical model, desorption of copper ions (II)

Для цитирования:

Рябиков А.А., Натарева С.В., Краснов А.А. Регенерация катионита от ионов меди (II) в емкостном аппарате с мешалкой. *Современные наукоёмкие технологии. Региональное приложение*. 2026. № 2. С. 123-128. DOI: 10.6060/snt.20268602.15

For citation:

Ryabikov A.A., Natareva S.V., Krasnov A.A. Regeneration of cation exchanger from copper (II) ions in a capacitive apparatus with a stirrer. *Modern high technology. Regional application*. 2026. N 2. P. C. 123-128. DOI: 10.6060/snt.20268602.15

ВВЕДЕНИЕ

Метод ионного обмена широко применяется для умягчения и обессоливания воды, разделения и выделения различных веществ, очистки промышленных сточных вод и других технологических процессах [1 - 3]. В процессе ионного обмена обычно выделяют четыре стадии, последовательно сменяющие друг друга [4]: 1) собственно ионообмен; 2) взрыхление ионита для удаления механических примесей; 3) регенерация ионита; 4) отмывка ионита от регенерационного раствора. Регенерация ионита обычно относится к наиболее затратной стадии, поскольку для ее проведения требуется концентрированные растворы солей, кислот или щелочей, расход которых многократно превышает теоретический [5]. Также необходимо предусмотреть переработку и утилизацию отработанных регенерационных агентов, являющихся для окружающей среды потенциально токсичными отходами. Совершенствование процессов и аппаратов ионообменной технологии не возможно без дальнейшего совершенствования математических моделей, основанных на современных представлениях о равновесии и кинетике процесса, а также внутренней структуре движущихся потоков в аппарате. Поэтому исследование регенерации ионитов, математическое моделирование данного процесса являются актуальными как с теоретической, так и с практической точки зрения.

В работе ставились и последовательно решались задачи по разработке математической модели процесса регенерации сильнокислотного катионита КУ-2-8(Cu) раствором NaCl в емкостном

аппарате непрерывного действия с мешалкой, параметрической идентификации и верификации модели, анализу полученных данных и разработке рекомендаций по их практическому применению.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим процесс ионного обмена в емкостном аппарате непрерывного действия, схема которого приведена на рис. 1.

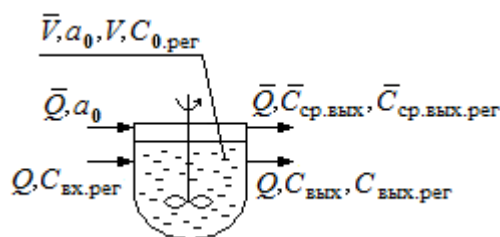


Рис. 1. Схема работы ионообменного аппарата
Fig. 1. Operation diagram of ion-exchange apparatus

Перед началом проведения опыта в емкостной аппарат с мешалкой помещают регенерационный раствор NaCl объемом V с начальной концентрацией $C_{0, \text{рег}}$ и катионит объемом $\bar{V}$ с обменной емкостью по ионам меди (II) a_0 . Затем в аппарат подают регенерационный раствор с объемной скоростью Q и концентрацией $C_{\text{вх. рег}} = C_{0, \text{рег}}$, а также катионит с объемной скоростью $\bar{Q}$ и обменной емкостью a_0 . Одновременно из аппарата выводят равное количество раствора и ионита. Процесс ионного обмена протекает в аппарате в условиях интенсивного перемешивания. Требуется найти концентрации ионов натрия в растворе $C_{\text{вых. рег}}$ и катионите $\bar{C}_{\text{ср. вых. рег}}$, а также концентрации ионов меди (II) в

растворе $C_{\text{вых}}$ и катионите $\bar{C}_{\text{ср.вых}}$ на выходе из аппарата.

В соответствии с блочным принципом построения математической модели в ее состав входят уравнения равновесия, кинетики, материального и теплового балансов, гидродинамики, начальные и граничные условия [6]. Сложность математической постановки задачи зависит от целей исследования, степени изученности явлений, требуемой детализации и точности расчета.

При рассмотрении равновесия ионного обмена примем допущение о линейности изотермы ионного обмена, что указывает на постоянство константы сорбируемого вещества между ионитом и раствором. В этом случае изотерма ионообменной адсорбции может быть описана уравнением Генри:

$$\bar{C}_p = \Gamma C_{p.\text{рег}}, \quad (1)$$

где $C_{p.\text{рег}}$ – равновесная молярная концентрация эквивалента регенерационного раствора NaCl, кмоль/м³; $\bar{C}_p$ – равновесная молярная концентрация эквивалента десорбируемых ионов меди (II) в катионите, кмоль/м³; Γ – константа изотермы Генри.

В качестве уравнения кинетики используем решение задачи внутренней диффузии для сферической частицы с постоянным коэффициентом диффузии [7]:

$$\bar{C}_{\text{ср}}(\tau) = \frac{\bar{C}_p \Gamma \bar{Q}/Q}{1 + \Gamma \bar{Q}/Q} + \bar{C}_p \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\mu_n^2 \frac{\bar{D}\tau}{r_0^2}}, \quad (2)$$

где $\bar{D}$ – коэффициент диффузии в ионите, м²/с; r_0 – радиус частицы ионита, м; τ – время, с;

$$A_n = 6 \left(\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n \right) \times$$

$$\times \left\{ \mu_n^3 \left[\sin \mu_n \left(\frac{2M}{\mu_n^3} - \frac{M}{\mu_n} \right) - \cos \mu_n \left(\frac{2M}{\mu_n^2} + 1 \right) \right] \right\}^{-1}$$

$$M = 3\Gamma \frac{\bar{Q}}{Q};$$

где μ_n – корни характеристического уравнения:

$$\text{tg} \mu = \frac{M\mu}{M + \mu^2}. \quad (3)$$

Процесс ионного обмена в емкостном аппарате протекает при интенсивном перемешивании суспензии ионит-раствор. В связи со сложным характером движения фаз целесообразно использовать представления о внутренней структуре потока на уровне типовой гидродинамической модели идеального смешения. Функция распределения времени пребывания частиц ионита в аппарате имеет вид [8]:

$$f(\tau) = \frac{1}{\tau_{\text{ср}}} \exp \left(-\frac{\tau}{\tau_{\text{ср}}} \right), \quad (4)$$

где $\tau_{\text{ср}} = \bar{V}/\bar{Q}$ – среднее время пребывания ионита в аппарате.

Для определения средней концентрации десорбируемого вещества в ионите на выходе из аппарата $\bar{C}_{\text{ср.вых}}$ используем следующее уравнение [8]:

$$\bar{C}_{\text{ср.вых}} = \int_0^{\infty} f(\tau) \bar{C}_{\text{ср}}(\tau) d\tau, \quad (5)$$

где $f(\tau)$ – функция, характеризующая структуру потока твердой фазы; $\bar{C}_{\text{ср}}(\tau)$ – решение уравнения кинетики.

Подставим в уравнение (5) функции $\bar{C}_{\text{ср}}(\tau)$ и $f(\tau)$. Получаем:

$$\bar{C}_{\text{ср.вых}} = \frac{\bar{C}_p \Gamma \bar{Q}/Q}{1 + \Gamma \bar{Q}/Q} + \bar{C}_p \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{\frac{\mu_n^2 \bar{D} \tau_{\text{ср}}}{r_0^2} + 1}, \quad (6)$$

Воспользуемся уравнением материального баланса:

$$QC_{\text{вых}} = \bar{Q}(\bar{C}_p - \bar{C}_{\text{ср.вых}}). \quad (7)$$

Подставив в уравнение (7) значения $\bar{C}_p$ и $\bar{C}_{\text{ср.вых}}$, найдем концентрацию ионов меди (II) в растворе на выходе из аппарата $C_{\text{вых}}$. Концентрацию ионов натрия в растворе $C_{\text{вых.рег}}$ и катионите $\bar{C}_{\text{ср.вых.рег}}$ нетрудно найти, используя закон эквивалентности (по аналогии с обычными химическими реакциями двойного обмена, протекающими в растворе), согласно которому обмен ионами между катионитом и раствором происходит в эквивалентных соотношениях.

Ионный обмен сопровождается обычно малым экзотермическим тепловым эффектом, который составляет 4 – 8 кДж/моль [9]. Поэтому считаем пренебрежимо малым изменение температуры суспензии ионит-раствор, что позволяет исключить из математической модели уравнение теплового баланса.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Исследование равновесия десорбции ионов Cu(II) из катионита КУ-2-8 проводили растворами хлорида натрия в статических условиях [10]. Для проведения опытов в серию конических колб помещали навески катионита по 6 г, заливали их 100 мл водного раствора хлорида натрия с начальными концентрациями от 0,8 до 3 кмоль/м³ и выдерживали до достижения равновесия при температуре 20°C. Затем отделяли катионит от раствора и определяли в нем концентрацию ионов меди (II) методом йодометрического титрования [11]. Равновесное значение восстановленной обменной емкости катионита рассчитывали по формуле [10]:

$$\bar{C}_p = \frac{C_p V}{m \bar{V}_{\text{уд}}}, \quad (8)$$

где m – масса навески катионита, кг; V – объем

раствора, м³; $\bar{V}_{уд}$ – удельный объем набухшего катионита, м³/кг; C_p – равновесная молярная концентрация эквивалента десорбируемых ионов меди (II) в растворе, кмоль/м³.

Экспериментальные исследования непрерывного процесса регенерации катионита проводили в лабораторной установке, основным элементом которой являлся емкостной аппарат диаметром d_a с двухлопастной пропеллерной мешалкой диаметром d_m , вращающейся с частотой n . Принцип работы установки подробно описан авторами в статье [12]. При проведении опытов осуществляли вывод аппарата на стационарный режим работы при заданных параметрах процесса и отбирали на анализ три пробы раствора, в которых определяли концентрацию ионов меди (II). Если расхождение между максимальным и минимальным значениями концентрации не превосходило 1 %, то рассчитывали среднее значение концентрации с точностью до трех значащих цифр. При большем расхождении повторно проводили отбор трех проб. Характеристики аппарата и параметры его работы приведены в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики и параметры работы аппарата
Table 1. Characteristics and operating parameters of the apparatus

Показатель	Значение показателя
d_a , м	0,1
d_m , м	0,03
n , 1/с	6
$Q \cdot 10^6$, м ³ /с	7; 10
$\bar{Q} \cdot 10^6$, м ³ /с	1,4
$V \cdot 10^4$, м ³	9
$\bar{V} \cdot 10^4$, м ³	1
$C_{вх.рег}$, кмоль/м ³	1; 1,8; 3
$C_{0.рег}$, кмоль/м ³	1; 1,8; 3

На основании полученных данных рассчитывали удельный расход регенерационного раствора [5]

$$\lambda = \frac{C_{вх.рег} Q}{a_0 \bar{Q}} \frac{\text{моль Na}^+}{\text{моль (1/2 Cu}^{2+})}, \quad (9)$$

степень регенерации катионита

$$\eta = \frac{\bar{C}_{ср.вых.рег}}{a_0} 100\% \quad (10)$$

и относительную концентрацию раствора на выходе из аппарата

$$N = \frac{C_{вых}}{C_{вх.рег}}, \quad (11)$$

где $\bar{C}_{ср.вых.рег}$ – молярная концентрация эквивалента ионов Na⁺ в катионите на выходе из аппарата, кмоль/м³; $C_{вых}$ – молярная концентрация экви-

валента ионов меди (II) в регенерационном растворе на выходе из аппарата, (1/2 Cu²⁺) кмоль/м³.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты исследования равновесия ионного обмена представлены на рис. 2. Экспериментальная изотерма десорбции ионов меди (II) была обработана в рамках модели сорбции Генри (1). Обработка линейной зависимости $\bar{C}_p(1/2 \text{ Cu}^{2+}) = f(C_{p.рег})$ методом наименьших квадратов позволила найти константу Генри Г, значение которой приведено в табл. 2 (коэффициент корреляции составляет 0,97).

Входящий в уравнение кинетики эффективный коэффициент внутренней диффузии рассчитывали по следующей формуле [13]:

$$\bar{D} \approx \frac{2\bar{D}_{Na^+} \cdot \bar{D}_{Cu^{2+}}}{\bar{D}_{Na^+} + \bar{D}_{Cu^{2+}}} \text{ м}^2/\text{с}, \quad (9)$$

где $\bar{D}_{Na^+}$ и $\bar{D}_{Cu^{2+}}$ – коэффициенты самодиффузии ионов Na⁺ и Cu²⁺, м²/с.

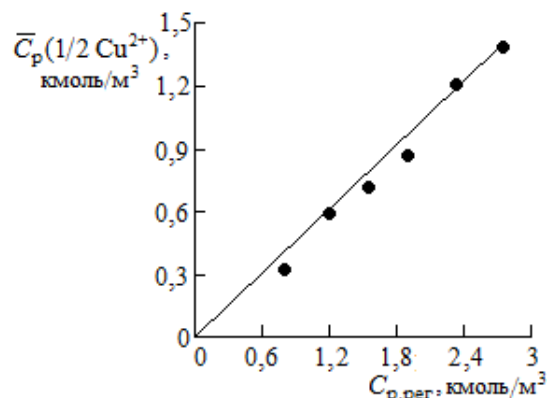


Рис. 2. Изотерма ионного обмена Na⁺– Cu²⁺ на катионите КУ–2–8

Fig. 2. Ion exchange isotherms for Na⁺– Cu²⁺ on cationite KU–2–8

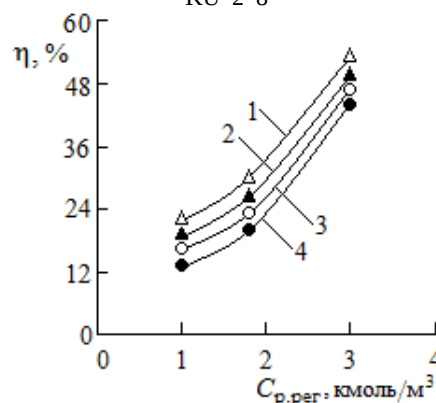


Рис. 3. Степень регенерации катионита в зависимости от концентрации регенерационного раствора: 1, 2 – $Q = 7 \cdot 10^{-6}$ м³/с; 3, 4 – $Q = 10^{-5}$ м³/с; 1, 3 – экспериментальные данные; 2, 4 – расчетные данные

Fig. 3. Degree of cationite regeneration depending on the concentration of the regeneration solution: 1, 2 – $Q = 7 \cdot 10^{-6}$ м³/с; 3, 4 – $Q = 10^{-5}$ м³/с; 1, 3 – experimental data; 2, 4 – calculated data

Таблица 2

Физико-химические характеристики
ионного обмена
Table 2. Physical and chemical characteristics
of the ion exchange

Показатель	Значение показателя
$a_0, (1/2 \text{ Cu}^{2+}) \text{ кмоль/м}^3$	1,6
Γ	0,51
$r_0 \cdot 10^4, \text{ м}$	2,55
$C_{\text{вх.рег}} = 1 \text{ кмоль/м}^3$	
$\bar{D}_{\text{Na}^+} \cdot 10^{10}, \text{ м}^2/\text{с}$	2,03* [14]
$\bar{D}_{\text{Cu}^{2+}} \cdot 10^{11}, \text{ м}^2/\text{с}$	1,13 [15]
$\bar{D} \cdot 10^{11}, \text{ м}^2/\text{с}$	2,14
$\bar{C}_p (1/2 \text{ Cu}^{2+}), \text{ кмоль/м}^3$	0,51
$C_{\text{вх.рег}} = 1,8 \text{ кмоль/м}^3$	
$\bar{D}_{\text{Na}^+} \cdot 10^{10}, \text{ м}^2/\text{с}$	2,58 [5]
$\bar{D}_{\text{Cu}^{2+}} \cdot 10^{11}, \text{ м}^2/\text{с}$	1,2 [16]
$\bar{D} \cdot 10^{11}, \text{ м}^2/\text{с}$	2,93
$\bar{C}_p (1/2 \text{ Cu}^{2+}), \text{ кмоль/м}^3$	0,77
$C_{\text{вх.рег}} = 3 \text{ кмоль/м}^3$	
$\bar{D}_{\text{Na}^+} \cdot 10^{10}, \text{ м}^2/\text{с}$	3,99 [5]
$\bar{D}_{\text{Cu}^{2+}} \cdot 10^{11}, \text{ м}^2/\text{с}$	1,6 [16]
$\bar{D} \cdot 10^{11}, \text{ м}^2/\text{с}$	3,08
$\bar{C}_p (1/2 \text{ Cu}^{2+}), \text{ кмоль/м}^3$	1,53

*Значение $\bar{D}_{\text{Na}^+}$ приведено для катионита Dowex 50WX8 (США), который является аналогом катионита КУ-2-8

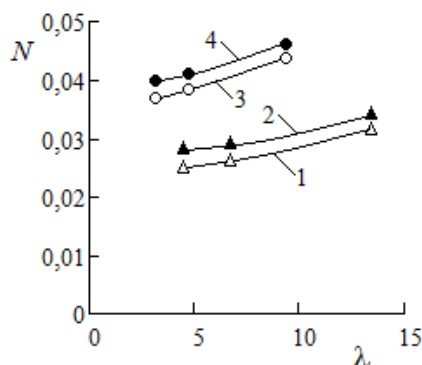


Рис. 4. Относительная концентрация раствора на выходе из аппарата в зависимости от удельного расхода регенерационного раствора: 1, 2 – $Q = 7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$; 3, 4 – $Q = 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$; 1, 3 – экспериментальные данные; 2, 4 – расчетные данные
Fig. 3. Relative concentration of the solution at the outlet of the apparatus, depending on the specific flow rate of the regeneration solution: 1, 2 – $Q = 7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$; 3, 4 – $Q = 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$; 1, 3 – experimental data; 2, 4 – calculated data

Использованные для расчетов физико-химические характеристики процесса ионного обмена приведены в табл. 2.

На рис. 2 и 3 представлены экспериментальные данные процесса регенерации катионита КУ-2-8(Cu) растворами NaCl в емкостном аппара-

те непрерывного действия. Здесь же приведены результаты расчетов, полученные с помощью разработанной математической модели.

Проанализировав полученные результаты регенерации катионита можно сделать вывод о том, что на данный процесс существенное влияние оказывают объемный расход, концентрация и удельный расход регенерационного раствора. Максимальная степень регенерации, равная 51%, достигается при расходе регенеранта $10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$ с концентрацией 3 кмоль/м³. В данных условиях проведения процесса относительная концентрация ионов меди (II) в растворе на выходе из аппарата N составила 0,04. Однако проведение такого процесса не является целесообразным, поскольку на 1 моль десорбируемых ионов ($1/2 \text{ Cu}^{2+}$) расходуется 13,4 моль ионов Na^+ . Избыток λ приводит к перерасходу реагента и образованию высокоминерализованного отработанного раствора. Повышение эффективности процесса регенерации возможно путем уменьшения расхода и концентрации регенеранта. Применение раствора NaCl с концентрацией 1 кмоль/м³ и объемным расходом $7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$ позволило снизить значение λ до 3,1 моль $\text{Na}^+/(1/2 \text{ Cu}^{2+})$ и получить величину $\eta = 12,4\%$. При этом незначительно уменьшилась относительная концентрация раствора на выходе из аппарата N, которая не превысила 0,034. Важным фактором, влияющим на степень регенерации катионита, является среднее время его пребывания в аппарате τ_0 . Во всех опытах не удалось достичь полной десорбции ионов меди (II) из-за незначительной величины τ_0 , которая составила 71 с. Увеличение τ_0 несомненно приведет к увеличению степени регенерации η , что подтверждается результатами расчетов, выполненных с помощью разработанной математической модели. Например, при проведении процесса ионного обмена в условиях $Q_{\text{вх.рег}} = 7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3/\text{с}$, $\bar{Q} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3/\text{с}$, $V = 9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$, $\bar{V} = 10^{-4} \text{ м}^3$, $C_{\text{вх.рег}} = 3 \text{ кмоль/м}^3$ и $\tau_0 = 200 \text{ с}$ достигается значение $\eta = 62\%$. Из рис. 2 и 3 видно, что расчетных и экспериментальных данные удовлетворительно совпадают. Расчетная степень регенерации катионита отличается от экспериментальной в среднем на 12%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана математическая модель процесса регенерации сильноокислотного катионита КУ-2-8(Cu) раствором NaCl в емкостном аппарате непрерывного действия с мешалкой, позволяющая определить степень регенерации катионита и относительную концентрацию раствора на выходе из аппарата. Экспериментальным путем и на основании литературных данных найдены параметры математической модели: константа Генри Γ ,

обменная емкость катионита a_0 , коэффициенты диффузии в ионите $\bar{D}$ и др. Установлена адекватность разработанной математической модели.

Расхождение экспериментальных и расчетных данных не превышает 12%. Показано, что повышение эффективности процесса регенерации

может быть достигнуто путем увеличения среднего времени пребывания катионита в аппарате.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов, требующего раскрытия в данной статье.

The authors declare the absence of a conflict of interest warranting disclosure in this paper.

ЛИТЕРАТУРА

REFERENCES

1. **Carolyn C.F., Kumar P.S., Saravanan A., Joshiba G.J., Naushad M.** Efficient techniques for the removal of toxic heavy metals from aquatic environment: A review. *Journal of Environmental Chemical Engineering*. 2017. N 5(3). P. 2782–2799. DOI: 10.1016/j.jece.2017.05.029.
2. **Натареев С.В., Захаров Д.Е., Рябиков А.А.** Ионнообменная очистка воды в аппарате с неподвижным плотным слоем природного сорбента. *Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение*. 2023. № 3(75). С. 77–83. DOI: 10.6060/snt.20237503.00010.
3. **Натареев С.В., Ларина А.И., Рябиков А.А., Сырбу С.А.** Нестационарные процессы ионнообменной сорбции ионов цинка в аппарате с плотным движущимся слоем ионита. *Известия ВУЗов. Химия и химическая технология*. 2025. Т. 68. № 1. С. 101–108. DOI: 10.6060/ivkkt.20256801.7090.
4. **Motsi T., Rowson N.A., Simmons M.J.H.** Adsorption of heavy metals from acid mine drainage by natural zeolite. *Int. J. Miner. Process.* 2009. V. 92. P. 42–48.
5. **Волжинский А.И., Константинов В.А.** Регенерация ионитов. Теория процесса и расчет аппаратов. Л.: Химия, 1990. 240 с.
6. **Кафаров В.В., Глебов М.Б.** Математическое моделирование основных процессов химических производств: учебник для вузов. М.: Юрайт, 2025. 403 с.
7. **Натареев С.В.** Ионный обмен из ограниченного объема раствора. Иваново: Изд-во Иванов. гос. хим.-технол. ун-та, 2006. 136 с.
8. **Романков П.Г., Фролов В.Ф., Флисюк О.М.** Массообменные процессы химической технологии. СПб.: Химиздат, 2011. 440 с.
9. **Солдатов В.С.** Теория и практика ионного обмена: современные аспекты. Минск: Беларуская навука, 2020. 599 с.
10. **Селеменев В.Ф., Славинская Г.В., Хохлов В.Ю., Иванов В.А., Горшков В.И., Тимофеевская В.Д.** Практикум по ионному обмену. Воронеж: Изд-во ВГУ, 2004. 160 с.
11. **Алексеев В.Н.** Количественный анализ. М.: Альянс, 2007. 504 с.
12. **Лапшин Н.А., Натареев С.В.** Нестационарные процессы ионнообменной сорбции ионов меди в аппарате идеального смешения непрерывного действия. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2022. Т. 65. Вып. 12. С. 105–111. DOI: 10.6060/ivkkt.20226512.6698.
13. **Helferich G.F.** Ion exchange. New York: McGraw-Hill, 1962. 624 с.
14. **Hering B., Bliss H.** Diffusion in ion exchange resins. *AIChE Journal*. 1963. № 9(4). P. 495–503.
15. **Зенкевич Л.А., Константинов В.А., Волжинский, А.И., Смиронов Н.Н.** Математическая модель процесса регенерации в аппарате с неподвижным слоем ионита. *Журн. прикл. химии*. 1994. № 19. С. 2377–2380.
16. **Туницкий Н.Н., Калинин М.Д., Попков Ю.М., Николаев Н.И.** О кинетике ионного обмена на ионитах в растворах средних концентраций. *Докл. АН СССР*. 1970. Т. 193. № 3. С. 649–652.
17. **Carolyn C.F., Kumar P.S., Saravanan A., Joshiba G.J., Naushad M.** Efficient techniques for the removal of toxic heavy metals from aquatic environment: A review. *Journal of Environmental Chemical Engineering*. 2017. N 5 (3). P. 2782–2799. DOI: 10.1016/j.jece.2017.05.029.
18. **Natareev S.V., Zakharov D.E., Ryabikov A.A.** Ion-exchange water purification in a device with a fixed dense layer of natural sorbent. *Modern high technologies. Regional application*. 2019. N 2(58). P. 150 – 159. DOI: 10.6060/snt.20237503.00010.
19. **Natareev S.V., Larina A.I., Ryabikov A.A., Syrbu S.A.** Unsteady processes of ion exchange sorption of zinc ions in a dense moving ion exchanger bed apparatus. *ChemChemTech [Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.]*. 2025. V. 68. N 1. P. 101–108. DOI: 10.6060/ivkkt.20256801.7090.
20. **Motsi T., Rowson N.A., Simmons M.J.H.** Adsorption of heavy metals from acid mine drainage by natural zeolite. *Int. J. Miner. Process.* 2009. V. 92. P. 42–48.
21. **Volzhinsky A.I., Konstantinov V.A.** Regeneration of ion exchangers. Theory of the process and calculation of devices. L.: Khimiya, 1990. 240 p.
22. **Kafarov V.V., Glebov M.B.** Mathematical Modeling of Basic Chemical Production Processes: Textbook for Universities. Moscow: Yurayt, 2025. 403 p.
23. **Natareev S.V.** Ion exchange from a limited volume of solution. Иваново: Изд-во Иванов. Гос. Хим.-Техн. Univ, 2006. 136 p.
24. **Romankov P.G., Frolov V.F., Fksiyuk O.M.** Mass transfer processes of chemical technology. SPb.: Khimizdat, 2011. 440 p.
25. **Soldatov V.S.** Theory and Practice of Ion Exchange: Modern Aspects. Minsk: Belaruskaya Navuka, 2020. 599 p.
26. **Selemenev V.F., Slavinskaya G.V., Khokhlov V.Yu., Ivanov V.A., Gorshkov V.I., Timofeevskaya V.D.** Workshop on ion exchange. Voronezh: VSU. 2004. 160 p.
27. **Alekseev V.N.** Quantitative analysis. M.: Alliance. 2007. 504 p.
28. **Lapshin N.A., Natareev S.V.** Unsteady processes of ion exchange sorption of copper ions in a continuous ideal mixing apparatus. *ChemChemTech [Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Khim. Khim. Tekhnol.]*. 2022. V. 65. N 12. P. 105–111. DOI: 10.6060/ivkkt.20226512.6698.
29. **Helferich G.F.** Ion exchange. New York: McGraw-Hill. 1962. 624 с,
30. **Hering B., Bliss H.** Diffusion in ion exchange resins. *AIChE Journal*. 1963. № 9(4). P. 495–503.
31. **Zenkevich L.A., Konstantinov V.A., Volzhinsky A.I., Smironov N.N.** Mathematical model of the regeneration process in a fixed-bed ion exchange apparatus. *Journal of Applied Chemistry*. 1994. N. 19. P. 2377–2380.
32. **Tunitsky N.N., Kalinina M.D., Popkov Yu.M., Nikolaev N.I.** On the kinetics of ion exchange on ion exchangers in medium-concentration solutions. *Dokl. AN SSSR*. 1970. V. 193. N. 3. P. 649 – 652.

Поступила в редакцию (Received) 15.04.2026

Принята к опубликованию (Accepted) 18.05.2026