DOI: 10.6060/snt.20258101.0007 УДК 66.011/621.928.6

АНОМАЛИЯ СТЕПЕНИ ФРАКЦИОННОГО РАЗДЕЛЕНИЯ В ЦЕНТРОБЕЖНЫХ КЛАССИФИКАТОРАХ

Бараковских Д.С., Шишкин А.С., Шишкин С.Ф.

Бараковских Дмитрий Сергеевич, Шишкин Алексей Сергеевич, Шишкин Сергей Федорович Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, Россия. 620062, г. Екатеринбург, ул. Мира, д. 19. E-mail: d.s.barakovskikh@urfu.ru, a.s.shishkin@urfu.ru, shsf@planet-a.ru

В области тонкодисперсных порошков сепарационные кривые имеют аномалии – так называемый «fish-hook эффект», который заключается в неполном извлечении тонких частиц в мелкий продукт разделения. Традиционные методы расчета, использующие одномодальные функции фракционного разделения, например, функцию Плита, не учитывают этот эффект, что приводит к большим ошибкам при расчете гранулометрического состава продуктов разделения и циркуляционной нагрузки на мельницу и классификатор. Предложен метод расчета, учитывающий аномалию степени фракционного разделения пневмоклассификатора. На основе промышленных испытаний и сравнительных расчетов показано, что предложенный метод позволяет более точно определить циркуляционную нагрузку на мельницу и классификатор. Так для мельницы Ø2,2х9 замкнутого цикла разница в нагрузке по материалу составляет почти 8 т/ч.

Ключевые слова: центробежный классификатор, пневмоклассификация, степень фракционного разделения, «fish-hook эффект», аномалия сепарационных кривых, замкнутый цикл измельчения, выход продуктов разделения, кратность циркуляции.

ANOMALY OF THE FRACTIONAL SEPARATION DEGREE IN CENTRIFUGAL CLASSIFIERS

Barakovskikh D.S., Shishkin A.S., Shishkin S.F.

Barakovskikh Dmitry Sergeyevich, Shishkin Alexey Sergeyevich, Shishkin Sergey Fedorovich Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Russia. 620062, Yekaterinburg, 28 Mira Street. E-mail: d.s.barakovskikh@urfu.ru, a.s.shishkin@urfu.ru, shsf@planet-a.ru

In the fine powders field separation curves have anomalies, the so-called "fish-hook effect", which consists in incomplete extraction of fine particles into a fine separation product. Traditional calculation methods using single-modal fractional separation functions, for example, the Plitt function, do not take this effect into account, which leads to large errors in calculating the granulometric composition of separation products and the circulation load on the mill and classifier. A calculation method is proposed that takes into account the anomaly of the degree of fractional separation of the pneumatic classifier. Based on industrial tests and comparative calculations it is shown that the proposed method makes it possible to more accurately determine the circulating load on the mill and classifier. Thus, for a closed-cycle mill Ø2.2x9 the difference in material load is almost 8 t/h.

Keywords: centrifugal classifier, pneumatic classification, fractional separation degree, «fish-hook effect», anomaly of separation curves, closed grinding cycle, separation product yield, circulation multiplicity

АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ

Для разделения тонкодисперсных частиц по крупности используются центробежные пневматические классификаторы [1, 2]. Процесс пневматической классификации описывают с помощью функций фракционного извлечения узких классов крупности в мелкий $F_m(x)$ или в крупный $F_k(x)$ продукты. Графически (рис. 1) эти функции представляются в виде кривых фракционного разделения (кривых Тромпа).



Puc. 1. Кривые фракционного разделения Fig. 1. Fractional separation curves

Кривые $F_m(x)$ и $F_k(x)$ симметричны относительно прямой, проходящей через 50 %, так как связаны соотношением

$$F_m(x) + F_k(x) = 100.$$
 (1)

Размер частиц x_{50} , для которого степень извлечения в мелкий и крупный продукты составляет 50 %, называется границей разделения. На рис.1 показана степень фракционного извлечения в мелкий продукт $FI_m(x)$ для идеального классификатора. Все частицы размером меньше x_{50} должны извлекаться в мелкий продукт со степенью 100 %, а извлечение частиц крупнее x_{50} в мелкий продукт должно быть равно нулю. Реальные кривые фракционного извлечения в мелкий продукт $F_S(x)$ в области крупных границ разделения часто имеют S-образную форму, и могут быть аппроксимированы различными функциями, например, двухпараметрической функцией Плитта [1, 3]:

$$F_{map}(x) = \frac{100}{1 + \left(\frac{x}{x_{50}}\right)^p},$$
 (2)

где x – текущий размер частиц; p – параметр эффективности разделения, который характеризует меру приближения функции $F_m(x)$ к идеальной кривой разделения $FI_m(x)$.

Не сложно показать, что параметр *p* однозначно связан с параметром остроты разделения Едера – Майера:

$$\kappa = x_{75} / x_{25}, \tag{3}$$

$$p = \frac{\ln(\kappa)}{\ln(1/9)},\tag{4}$$

где *x*₇₅, *x*₂₅ – размеры частиц, которые извлекаются в мелкий продукт соответственно на 75 и 25 %.

Границу разделения x₅₀ можно изменять с помощью режимных параметров – расхода воздуха или оборотов ротора классификатора. Параметры эффективности разделения *p*, к зависят от конструкции классификатора.

При разделении по тонким границам на практике наблюдаются аномалии экспериментальных кривых, то есть отклонения от *S*образной формы (рис. 1). Тонкие частицы попадают в крупный продукт $F_k(x)$, и соответственно самые мелкие частицы не извлекаются в мелкий продукт $F_m(x)$ на 100 %. Поскольку кривые фракционного извлечения в крупный продукт $F_k(x)$ в этом случае напоминают рыболовный крючок, то данное явление получило название «fish-hook эффект» [2, 4].

Для прогнозирования результатов разделения, используя материальный баланс по узким классам крупности x_i и задав функцию фракционного разделения, например $F_m(x_i)$, можно рассчитать выходы мелкого G_m и крупного G_k продуктов разделения, а также их гранулометрические составы r_{mi} , r_{ki} по следующим уравнениям:

$$G_{m} = \sum_{i=1}^{n} r_{i} F_{m}(x_{i}), \qquad (5)$$

$$G_{k} = \sum_{i=1}^{n} r_{i} F_{k}(x_{i}), \qquad (6)$$

$$r_{mi} = \frac{r_i F_m(x_i)}{G_m},\tag{7}$$

$$r_{ki} = \frac{r_i F_k(x_i)}{G_k}, \qquad (8)$$

где r_i , – содержание частиц узких классов крупности (частные остатки) в исходном материале, поступающем на вход классификатора, %; r_{mi} , – частные остатки узких классов крупности в мелком продукте разделения, %; r_{ki} , – частные остатки узких классов крупности в крупном продукте разделения, %. Во время эксплуатации выходы продуктов разделения часто измеряют с помощью весовых дозаторов, а гранулометрический состав отобранных проб определяют с помощью лазерного анализа.

При работе мельниц в замкнутом цикле циркуляционная нагрузка по материалу на мельницу и классификатор определяется по зависимости:

$$q = 1 + \frac{G_k}{G_m}.$$
(9)

Из приведенных зависимостей следует, что не только выходы и гранулометрические составы продуктов, но и нагрузка по материалу зависят от степени фракционного извлечения.

Так если вследствие аномалии – «fish-hook эффекта» тонкие частицы попадают в крупный продукт разделения, то мельница будет перегружена мелкими частицами.

В результате эффективность измельчения и производительность мельницы резко снижаются. На рис. 2 приведен типовой гранулометрический состав крупного продукта разделения вследствие «fish-hook эффекта».





Как следует из представленного графика, в крупный продукт попадают тонкие частицы размером менее 10 мкм. Именно поэтому в зарубежной [5, 6] и в отечественной литературе [7, 8] уделяется большое внимание исследованию «fishhook эффекта».

Основной причиной аномалии является большая удельная поверхность тонкодисперсных частиц. Вследствие высоких адгезионных свойств тонких частиц происходит образование конгломератов и налипание тонких частиц на крупные. Именно поэтому тонкие частицы попадают в крупный продукт разделения, то есть мы наблюдаем аномалию – «fish-hook эффект».

Экспериментально отмечено, что адгезионные и когезионные свойства обычно проявляются в диапазоне крупности частиц менее $x_{max} = 10$ мкм. Конкретное значение зависит от свойств разделяемого материала, а также от конструкции и режима работы классификатора.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача заключает в том, чтобы предложить аналитическую аппроксимацию аномальной кривой разделения. В этом случае станет возможным рассчитать по формулам (5) – (9) выходы продуктов разделения и их гранулометрический состав, а также циркуляционную нагрузку при работе классификатора в составе установки замкнутого цикла измельчения.

Степень извлечения в мелкий продукт предлагается аппроксимировать функцией вида:

$$F_{ma}(x) = \frac{F_{m.\,\text{max}}}{1 + a \left[\left(\frac{x - x_{\text{max}}}{x_1} \right)^2 \right]^b},$$
 (10)

Инженерно- технические науки – машиностроение и технологии

где x – диаметр частиц, мкм; x_{max} , x_1 – параметры аппроксимации, мкм; a, p – безразмерные параметры; $F_{m. max}$ – максимальное значение степени фракционного извлечения в мелкий продукт.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим конкретный пример. В табл. 1. приводятся экспериментальные данные по разделению тонкодисперсного оливина для производства пропантов в центробежном промышленном классификаторе установки замкнутого цикла измельчения на Сухоложском отделении ООО ФО-РЭС. Выход мелкого продукта разделения по массе составляет $G_m = 30,0$ %, выход крупного продукта – $G_k = 70,0$ %. Следовательно фактическая циркуляционная нагрузка на мельницу и классификатор по уравнению (9) составляет q = 3,33.

Таблица 1

Table 1. Data on onvine separation in the industrial classifier								
N⁰	х, мкм	$r_i, \%$	$r_{mi}, \%$	r_{ki} , %	$F_m,\%$	F_{ma} ,%	F_{map} , %	
1	89,40	1,19	0,00	1,70	0,00	0,07	0,04	
2	71,00	1,34	0,00	1,92	0,00	0,12	0,08	
3	63,25	1,27	0,00	1,82	0,00	0,17	0,12	
4	50,24	3,82	0,00	5,46	0,00	0,31	0,25	
5	39,91	6,15	0,00	8,78	0,00	0,58	0,54	
6	31,70	8,29	0,05	11,82	0,18	1,12	1,14	
7	20,00	19,20	1,79	26,66	2,80	4,30	5,03	
8	15,89	8,65	3,11	11,03	10,78	8,67	10,16	
9	10,02	12,63	12,97	12,48	30,81	33,66	34,13	
10	7,10	5,78	13,23	2,58	68,73	66,89	61,77	
11	5,02	4,67	12,62	1,26	81,11	82,71	83,54	
12	4,48	1,85	5,14	0,44	83,35	83,34	88,08	
13	2,24	8,12	18,51	3,67	68,37	74,30	98,65	
14	1,59	1,59	8,30	1,62	68,71	67,27	99,56	
15	0,89	0,89	12,68	3,56	60,42	58,68	99,93	
16	0,00	0,00	11,60	5,20	48,88	47,70	100,00	

Данные по разделению оливина в промышленном классификаторе Table 1. Data on olivine separation in the industrial classifier

Задача аппроксимации по уравнениям (10) и (2) просто решается с помощью программы *Excel* и встроенного метода «Поиск решения» [9-12].

В качестве целевой функции задается сумма квадратов разностей между массивами значений экспериментальных и расчетных по аппроксимации данных:

$$S = \sum_{i=1}^{n} [F_m(x_i) - F_{ma}(x_i, x_{max}, x_1, a, b)]^2 \Rightarrow \min,$$

$$x_{max} < x < x_1; a, b > 0,$$
(11)

где x_{max} , x_1 , a, b – параметры аппроксимации по зависимости (10). Максимальное значение степени фракционного извлечения $F_{m. \text{max}} = 83,35$ в формуле (10) берется из опытных данных табл. 1.

В результате минимизации зависимости (11) с помощью метода «Поиск решения» получены следующие параметры аппроксимации: S = 63,8; $x_{\text{max}} = 4,329$; $x_1 = 7,798$; a = 3,2345; b = 1,245.

Из (10) можно выразить значение x соответствующее заданной степени извлечения $F_m(x)$ по зависимости:

$$x = x_{\max} + x_1 \left[\frac{1}{a} \frac{F_{m,\max} - F_m(x)}{F_m(x)} \right]^{\frac{1}{2p}}.$$
 (12)

Если в (12) подставить значение $F_m(x) = 50$, то найдем границу разделения $x_{50} = 8,46$ мкм по предложенной аппроксимации.

В результате аппроксимации экспериментальных данных по зависимости (2) Плитта методом «Поиск решения» получены следующие параметры аппроксимации: S = 6137,8; $x_{50} = 8,21$; p = 3,301.

Большое среднеквадратичное отклонение объясняется тем, что аппроксимация Плитта не учитывает аномалию степени извлечения тонких классов, хотя до значений x > 5,02 мкм удовлетворительно описывает экспериментальные данные.

На рис. 3. представлены графики экспериментальных значений степени фракционного извлечения в мелкий продукт F_m , и расчетных значений аппроксимаций по предложенной зависимости (10) и по зависимости Плитта (2).

Из представленных данных следует, что в отличие от функции Плитта предложенная аппроксимация удовлетворительно описывает экспериментальные данные.

Предложенная аппроксимация проверена на различных экспериментальных данных по разделению разных материалов и показала удовлетворительное совпадение.

Инженерно-технические науки – машиностроение и технологии



Рис. 3. Степень фракционного разделения частиц узких классов крупности в мелкий продукт: *Fm* – экспериментальные данные; *Fma* – аппроксимация по предложенной зависимости (10); *Fmap* – аппроксимация по зависимости Плитта (2)

Fig. 3. The fractional separation degree of particles of narrow size classes into a fine product:

Fm – experimental data; Fma – approximation according to the proposed dependence (10);

Fmap – approximation according to the Plitt dependence (2)

Таблица 2

Результаты расчета разделения в пневматическом классификаторе по зависимости (10) с учетом «fish-hook эффекта»

 Table 2. The results of calculating the separation in the pneumatic classifier by dependence (10), taking into account the "fish-hook effect"

tuning into account the fight-floor circet									
N⁰	х, мкм	$r_i, \%$	F_{mi} %	$r_i \cdot F_{mi} \%$	r_{mi} , %	r_{ki} , %	$R_m, \%$		
1	89,40	0,33	0,1	0,00	0,0	0,5	0,0		
2	71,00	0,25	0,1	0,00	0,0	0,4	0,0		
3	63,25	2,56	0,2	0,00	0,0	3,8	0,0		
4	50,24	3,06	0,3	0,01	0,0	4,5	0,0		
5	39,91	8,04	0,6	0,05	0,1	11,8	0,2		
6	31,70	11,32	1,1	0,13	0,4	16,5	0,6		
7	20,00	15,87	4,3	0,68	2,1	22,4	2,7		
8	15,89	8,73	8,7	0,76	2,3	11,8	5,0		
9	10,02	7,41	33,7	2,49	7,7	7,3	12,8		
10	7,10	2,07	66,9	1,38	4,3	1,0	17,1		
11	5,02	9,00	82,7	7,44	23,1	2,3	40,1		
12	4,48	1,76	83,3	1,47	4,5	0,4	44,7		
13	2,24	6,29	74,3	4,67	14,5	2,4	59,1		
14	1,59	6,00	67,3	4,04	12,5	2,9	71,6		
15	0,89	8,11	58,7	4,76	14,7	4,9	86,4		
16	0,00	9,22	47,7	4,40	13,6	7,1	100,0		
Сумма		100,00		32,27	100,00	100,00			

Рассмотрим вопрос, на сколько важно учитывать аномалию – «*fish-hook* эффект» при расчете результатов разделения, или, например, при расчете замкнутого цикла измельчения.

Известно, что при работе мельницы с классификатором в замкнутом цикле циркуляционная нагрузка на мельницу и классификатор находится по зависимости (9). Рассчитаем и сравним циркуляционную нагрузку на мельницу и классификатор по двум методам – с учетом аномалии по уравнению (10) и без учета аномалии по уравнению Плитта (2). Для этого зададим одинаковый гранулометрический состав материала на выходе из мельницы $r_i(x_i)$ (на входе в классификатор).

Инженерно- технические науки – машиностроение и технологии

В табл. 2 представлены результаты расчетов по уравнению (10). Выход мелкого продукта составляет $G_m = 32,27$ %, выход крупного продукта – $G_k = 67,73$ %. Таким образом, циркуляционная нагрузка на мельницу составит:

$$q = 1 + \frac{G_k}{G_m} = 1 + \frac{67,73}{32,27} = 3,10.$$
(13)

Это означает, что например, при исходном питании мельницы Ø2,6х13 с производительно-

стью $G_n = 10$ т/ч, то с учетом циркуляционной нагрузки поток материала через мельницу и классификатор составит:

$$G_{\mu} = qG_{\mu} = 3,098 \cdot 10 = 30,98 \text{ T/y.}$$
 (14)

В табл. 3 представлены результаты расчетов для того же гранулометрического состава и для той же границы разделения по уравнению Плитта (2).

Таблица 3

без учета *«fish-hook* эффекта» Table 3. The results of calculating the separation in the classifier by dependence (2) without taking into account the "fish-hook effect"

Результаты расчета разделения в классификаторе по зависимости (2)

			O			-	
N⁰	х, мкм	$r_i, \%$	F_{mi} %	$r_i \cdot F_{mi} \%$	r_{mi} , %	r_{ki} , %	$R_m, \%$
1	89,40	0,33	0,04	0,00	0,0	0,6	0,0
2	71,00	0,25	0,08	0,00	0,0	0,5	0,0
3	63,25	2,56	0,12	0,00	0,0	4,6	0,0
4	50,24	3,06	0,25	0,01	0,0	5,5	0,0
5	39,91	8,04	0,54	0,04	0,1	14,3	0,1
6	31,70	11,32	1,14	0,13	0,3	20,1	0,4
7	20,00	15,87	5,03	0,80	1,8	27,0	2,2
8	15,89	8,73	10,16	0,89	2,0	14,1	4,2
9	10,02	7,41	34,13	2,53	5,7	8,8	9,9
10	7,10	2,07	61,77	1,28	2,9	1,4	12,8
11	5,02	9,00	83,54	7,51	17,0	2,7	29,8
12	4,48	1,76	88,08	1,55	3,5	0,4	33,3
13	2,24	6,29	98,65	6,21	14,0	0,2	47,4
14	1,59	6,00	99,56	5,97	13,5	0,0	60,9
15	0,89	8,11	99,93	8,10	18,3	0,0	79,2
16	0,00	9,22	100,00	9,22	20,8	0,0	100,0
Сумма		100,00		44,23	100,00	100,00	

Выход мелкого продукта составляет $G_m = 44,23$ %, выход крупного продукта – $G_k = 55,77$ %. Таким образом, циркуляционная нагрузка на мельницу составит:

$$q = 1 + \frac{G_k}{G_m} = 1 + \frac{55,77}{44,23} = 2,23.$$
(15)

Это означает, что например, при исходном питании мельницы Ø2,6x13 с производительностью $G_{\rm n} = 10$ т/ч, с учетом циркуляционной нагрузки поток материала через мельницу и классификатор составит:

$$G_{\mu} = qG_{\pi} = 2,225 \cdot 10 = 22,25 \text{ T/y.}$$
 (16)

Таким образом, расчет с использованием аппроксимации Плитта (2), которая не учитывает аномалию – «fish-hook эффект» показывает, что при исходном питании мельницы 10 т/ч нагрузка на мельницу и классификатор будет почти на 8 т/ч меньше. Это очень большая разница, которая свидетельствует о необходимости и важности учета аномалии «fish-hook эффекта» степени фракционного извлечения. Также мы видим существенную разницу в гранулометрических составах мелкого и крупного продуктов разделения. Поэтому в настоящее время в области пневмоклассификации тонкодисперсных материалов специалистами уделяется большое внимание поиску методов расчета учитывающих «fish-hook эффект».

В настоящей работе предложен вид аппроксимации аномальной функции степени фракционного извлечения. На примере продемонстрирован инженерный метод расчета циркуляционной нагрузки с использованием программы *Excel* и встроенного метода «Поиск решения».

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов, требующего раскрытия в данной статье.

The authors declare the absence a conflict of interest warranting disclosure in this article.

Инженерно- технические науки – машиностроение и технологии

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Постникова И.В., Воробьев С.В., Козлов А.М., Колобов М.Ю. Сепарация продуктов избирательного измельчения апатит-нефелиновой руды. Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение. 2023. № 4. С. 96-102. DOI: 10.6060/ snt.20237604.00013
- Чагин О.В., Колобов М.Ю. Влияние конструктивного оформления воздушного сепаратора на эффективность его работы. Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение. 2024. № 4. С. 162-167. DOI: 10.6060/snt. 20248004.00022
- 3. Шишкин А.С., Дзюзер В.Я., Шишкин С.Ф. Седиментационный анализ дисперсных материалов. Стекло и керамика. 2003. №1. С. 3-5.
- Michael Betz, Hermann Nirschl, Marco Gleiss. Development of a New Solver to Model the Fish-Hook Effect a Centrifugal Classifier. *Minerals*. 2021. V. 11(7). N 663. https://doi.org/10. 3390/min 11070663.
- K. Nageswararao, B. Karri. Fish hook in classifier efficiency curves: An update. *Separation and Purification Technology*. 2016. V. 158. P. 31–38. https://doi.org/ 10. 1016/j.seppur.2015.12.005.
- E.J. Roldan-Villasana, R.A. Williams, T. Dyakowski. The origin of the fish-hook effect in hydrocyclone separators. *Powder Technology*. 1993. V. 77. N 3. P. 243-250. https://doi.org/10.1016/0032-5910(93)85017-4.
- Дик И.Г., Миньков Л.Л., Пикущак Е.В. Моделирование «Fish-hook» эффекта в классификационном аппарате. Инженерно-физический журнал. 2007. Т. 80. №1. С. 60-69.
- Дик И.Г., Пикущак Е.В., Л.Л. Миньков Моделирование изменения характеристик разделения классификатора путем инжекции воды в аппарат. *Теплофизика и* аэромеханика. 2009. Т. 16. № 2. С. 261–273.
- Шишкин А.С., Шишкин С.Ф. Примеры расчетов аэродинамических процессов переработки сыпучих материалов в Excel. Учебное электронное текстовое издание. Екатеринбург: Информационный портал УрФУ, 2016. 409 с. https://study.urfu.ru/Aid/Publication/13462/1/Shishkin_Shi shkin.pdf
- Shishkin A.S., Dzyzer V.Y., Shishkin S.F. Air classification of sands for the glass industry. *Glass and Ceramics*. 2001. V. 58(11). P. 370–373.
- Шишкин А.С., Шишкин С.Ф. Аппроксимация гранулометрического состава финитными распределениями. Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2009. №4. С. 122–128.
- F. Bourgeois, A.K. Majumder. Is the fish-hook effect in hydrocyclones a real phenomenon. *Powder Technology*. 2013.
 V. 237. P. 367–375. https://doi.org/10.1016/j. powtec. 2012.12.017.

REFERENECES

- Postnikova I.V., Vorobyov S.V., Kozlov A.M., Kolobov M.Yu. Separation of products of selective grinding of apatite-nepheline ore. *Modern high technology. Regional application.* 2023. N 4. P. 96-102. DOI: 10.6060/snt. 20237604.00013
- Chagin O.V., Kolobov M.Yu. The influence of the design of the air separator on the efficiency of its operation. *Modern high technology. Regional application.* 2024. N 4. P. 162-167. DOI: 10.6060/snt. 20248004. 00022
- 3. Shishkin A.S., Dzyzer V.Y., Shishkin S.F. Sedimentation analysis of disperse materials. *Glass and Ceramics*. 2003. N1. P. 3-5.
- Michael Betz, Hermann Nirschl, Marco Gleiss. Development of a New Solver to Model the Fish-Hook Effect a Centrifugal Classifier. *Minerals*. 2021. V. 11(7). N 663. https://doi.org/10.3390/min11070663.
- K. Nageswararao, B. Karri. Fish hook in classifier efficiency curves: An update. *Separation and Purification Technology*. 2016. V. 158. P. 31–38. https://doi.org/10. 1016/j.seppur.2015.12.005.
- E.J. Roldan-Villasana, R.A. Williams, T. Dyakowski. The origin of the fish-hook effect in hydrocyclone separators. *Powder Technology*. 1993. V. 77. N 3. P. 243-250. https://doi.org/10.1016/0032-5910(93)85017-4.
- Dik I.G., Min'kov L.L., Pikushchak E.V. Modelirovanie «Fish-hook» effekta v klassifikacionnom apparate. Inzhenerno-fizicheskij zhurnal. 2007. V. 80. N 1. P. 60-69
- Dik I.G., Pikushchak E.V., Min'kov L.L. Modelirovanie izmeneniya harakteristik razdeleniya klassifikatora putem inzhekcii vody v apparat. *Teplofizika i aeromekhanika*. 2009. V. 16. N 2. P. 261–273 (in Russian).
- Shishkin A.S., Shishkin S.F. Primery raschetov aerodinamicheskih processov pererabotki sypuchih materialov v Excel. Uchebnoe elektronnoe tekstovoe izdanie. Ekaterinburg: Informacionnyj portal UrFU, 2016. 409 c. https://study.urfu.ru/Aid/Publication/13462/1/Shishkin_Sh ishkin.pdf (in Russian).
- Shishkin A.S., Dzyzer V.Y., Shishkin S.F. Air classification of sands for the glass industry. *Glass and Ceramics*. 2001. V. 58(11). P. 370–373.
- 11. Shishkin A.S., Shishkin S.F. Approksimaciya granulometricheskogo sostava finitnymi raspredeleniyami. *Vestnik BGTU im. V.G. Shuhova.* 2009. N 4. P. 122–128 (in Russian).
- F. Bourgeois, A.K. Majumder. Is the fish-hook effect in hydrocyclones a real phenomenon. *Powder Technology*. 2013.
 V. 237. P. 367–375. https://doi.org/10.1016/j.powtec. 2012.12.017.

Поступила в редакцию(Received) 27.12.2024 Принята к опубликованию (Accepted) 04.02.2025