

АНАЛИЗ И РЕДУКЦИЯ МОДЕЛИ РЕАКТОРА ПРИ СИНТЕЗЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Лабутин А.Н., Андреенков А.А., Алексеев Е.А., Волкова Г.В., Пономарёва Ю.Н.

Лабутин Александр Николаевич, Андреенков Анатолий Алексеевич, Алексеев Евгений Алексеевич, Волкова Галина Витальевна, Пономарёва Юлия Николаевна
Ивановский государственный химико-технологический университет,
г. Иваново, Россия. 153000, Ивановская область, г. Иваново, пр. Шереметевский, д. 7.
E-mail: lan@isuct.ru, alekseev_ea@isuct.ru, volkova_gv@isuct.ru, julia-zagarinskaya@yandex.ru

В статье представлены результаты решения задачи редукции многомерной математической модели химического реактора, которая используется в дальнейшем для синтеза системы управления температурным режимом аппарата. Проблема синтеза системы управления обусловлена многомерностью и нелинейностью исходной модели, отсутствием измерений текущих значений концентраций веществ. Преодоление указанных трудностей предполагает проведение линеаризации модели, её редукцию и синтез алгоритма управления на базе регулятора состояния пониженного порядка. Приводится теоретическое обоснование различных способов редукции полноразмерной линеаризованной модели реактора. Путем моделирования динамики процесса с использованием редуцированных различными способами моделей определено, что удовлетворительно свойства объекта описывает модель, редуцированная с использованием уравнений для коэффициентов чувствительности концентраций к изменению констант скоростей или с использованием уравнений статики для концентраций линеаризованной модели.

Ключевые слова: математическая модель, химический реактор, линеаризация, редукция, коэффициенты чувствительности, система управления.

ANALYSIS AND REDUCTION OF THE REACTOR MODEL IN SYNTHESIS OF THE CONTROL SYSTEM

Labutin A.N., Andreenkov A.A., Alekseev E.A., Volkova G.V., Ponomareva Yu.N.

Labutin Alexander Nikolaevich, Andreenkov Anatoly Alekseevich, Alekseev Evgeny Alekseevich, Volkova Galina Vitalievna, Ponomaryova Yulia Nikolaevna
Ivanovo State University of Chemistry and Technology,
Ivanovo, Russia. 153000, Ivanovo region, Ivanovo, Sheremetevsky ave., 7.
E-mail: lan@isuct.ru, alekseev_ea@isuct.ru, volkova_gv@isuct.ru, julia-zagarinskaya@yandex.ru

The paper presents the results of solving the problem of reducing the multidimensional mathematical model of a chemical reactor, which is further used for synthesis of the control system for the temperature regime of the apparatus. The problem of the control systems synthesis is due to the multidimensionality and nonlinearity of the original model, the lack of measurements of current substance concentrations. Overcoming these difficulties involves linearizing the model, reducing it, and synthesis of the control algorithm based on a lower-order state regulator. Theoretical justification is provided for various methods of reducing the full-size linearized reactor model. By modeling the process dynamics using models reduced in various ways, it is determined that the properties of the object are satisfactorily described by a model reduced using equations for concentration sensitivity coefficients to changes in reaction rate constants or using static equations for concentrations of the linearized model.

Keywords: mathematical model, chemical reactor, linearization, reduction, sensitivity coefficients, control system.

Технологические объекты управления (ТОУ) являются сложными физико-техническими системами, элементы которых (подсистемы) взаимодействуют между собой посредством материальных, энергетических и информационных потоков. С точки зрения задач автоматизации и управления ТОУ являются многомерными, нелинейными и многосвязными, что находит отражение на структуре уравнений математической модели. Указанные свойства объекта обуславливают проблему синтеза алгоритмов управления технологическими процессами.

Несмотря на указанные свойства объектов до настоящего времени наиболее распространены являются системы автоматического управления (САУ) на базе ПИД-алгоритмов, при параметрическом синтезе которых используются формализованные модели в пространстве «вход-выход» [1, 2]. Данный подход к синтезу САУ оправдывает себя при невысоких требованиях к статическим и динамическим свойствам САУ [3].

Учитывая достижения прикладной теории автоматического управления [4-7], можно рекомендовать два современных подхода к решению указанной проблемы синтеза САУ.

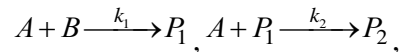
Первый подход – позволяющий преодолеть проблему нелинейности – это синтез нелинейных синергетических алгоритмов методом аналитического конструирования агрегированных регуляторов (АКАР) [7].

Второй подход предполагает проведение линеаризации математической модели в окрестности стационарного положения (положения статик) и синтез алгоритмов управления на базе регулятора состояния с определением параметров ал-

горитма методом модального управления [6, 8]. Наряду с нелинейностью и многосвязностью объектов дополнительные трудности при синтезе алгоритмов управления обусловлены высокой размерностью вектора состояния объектов, что порождает проблему полной измеримости. Существует несколько способов решения данной проблемы: построение наблюдателей состояния (нелинейных и линейных) [3, 7], декомпозиция сложного объекта на подсистемы и редукция математической модели объекта [6], редукция алгоритмов полноразмерного регулятора состояния [8, 9].

Однако, в силу многосвязности объекта, наличия обратных связей между переменными состояния задача декомпозиции многомерного объекта и дальнейшая редукция математической модели зачастую не является тривиальной.

Рассмотрим в качестве объекта управления химический реактор, в котором реализуется сложная экзотермическая реакция:



где A, B, P₁, P₂ – реактанты, k₁, k₂ – константы скоростей стадий.

Реактор – это сложная система, состоящая из двух подсистем: химической и тепловой, взаимодействующих между собой. Данный факт отражается на структуре математической модели, состоящей из подсистемы нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих изменение концентраций реагентов (1), и подсистемы, описывающей температурный (тепловой) режим объекта (2). Модель (1), (2) описывает свободное движение системы.

$$\frac{dx_1}{d\tau} = f_1(\cdot) = \frac{1}{V} [v_1 C_{A_{\text{вх}}} - (v_1 + v_2)x_1 + V(-k_1 x_1 x_2 - k_2 x_1 x_3)],$$

$$\frac{dx_2}{d\tau} = f_2(\cdot) = \frac{1}{V} [v_2 C_{B_{\text{вх}}} - (v_1 + v_2)x_2 + V(-k_1 x_1 x_2)], \quad \frac{dx_3}{d\tau} = f_3(\cdot) = \frac{1}{V} [-(v_1 + v_2)x_3 + V(k_1 x_1 x_2 - k_2 x_1 x_3)]. \quad (1)$$

$$\frac{dx_4}{d\tau} = f_4(\cdot) = \frac{1}{V} \left[v_1 t_1 + v_2 t_2 - (v_1 + v_2)x_4 - \frac{\beta}{\rho c_T} (x_4 - x_5) + \frac{V}{\rho c_T} (k_1 x_1 x_2 \Delta H_1 + k_2 x_1 x_3 \Delta H_2) \right],$$

$$\frac{dx_5}{d\tau} = f_5(\cdot) = \frac{1}{V_{\text{хл}}} \left[v_{\text{хл}} (t_{\text{хлвх}} - x_5) + \frac{\beta}{\rho_{\text{хл}} c_{\text{хл}}} (x_4 - x_5) \right], \quad (2)$$

Начальные условия: $x_i|_{\tau=0} = x_i^0$ – значения переменных в статике:

где x₁, x₂, x₃ – концентрации веществ A, B, P₁; x₄, x₅ – температура реакционной смеси и хладагента в рубашке, соответственно; v₁, v₂ – расходы потоков исходных компонентов; C_{A_{вх}}, C_{B_{вх}} – концентрации исходных компонентов; V – объем смеси в

реакторе; V_{хл} – объем хладагента в рубашке; t₁, t₂ – температуры входных потоков; t_{хл^{вх}} – температура хладагента на входе в аппарат; v_{хл} – расход хладагента на входе и выходе из аппарата, ρ и c_T – плотность и теплоемкость смеси в реакторе; ρ_{хл} и c_{хл} – плотность и теплоемкость хладагента в рубашке; ΔH_i (i=1,2) – тепловой эффект соответствующей стадии, реакции; β – параметр теплообмена;

$k_i = k_{i0} \exp\left(-\frac{E_i}{R(273 + x_4)}\right)$, $i = 1, 2$ - температурная зависимость констант скоростей; E_i - энергия активации, R - универсальная газовая постоянная.

Задача управления объектом формулируется как задача управления температурным режимом в силу невозможности измерения концентраций веществ в реальном масштабе времени. В качестве управляющего воздействия выступает изменение расхода хладагента – $\Delta v_{хл}$.

В работах [10, 12] изложены результаты аналитического синтеза алгоритма управления температурой в реакторе методом (АКАР).

Для решения задачи использовалась только модель тепловой подсистемы (2). Влияние химической подсистемы на тепловую, то есть на температуру определяется наличием в правой части уравнения теплового баланса f_4 слагаемого, определяющего скорость тепловыделения:

$$Q_p = \frac{V}{\rho c_T} (k_1 x_1 x_2 \Delta H_1 + k_2 x_1 x_3 \Delta H_2),$$

При записи модели возбужденного движения объекта, используемой при выводе закона управления, величина Q_p выражалась через тепловыделение в равновесном состоянии (статике) - Q_p^0 (известное значение) и некоторое отклонение ΔQ_p , обусловленное изменением концентраций веществ: $Q_p = Q_p^0 + \Delta Q_p$. Величина ΔQ_p интерпретировалась как внутреннее измеримое возмущение. Таким способом была решена задача редукции исходной математической модели и преодолена проблема, обусловленная нелинейностью модели.

Второй способ преодоления указанных трудностей – это синтез алгоритма управления температурой на базе регулятора состояния пониженного порядка, что предполагает решение следующих задач [6, 8]: линеаризация исходной нелинейной модели (1)-(2) в окрестности стационарного положения; редукция линеаризованной модели; синтез регулятора для редуцированной модели; исследование работоспособности регулятора с использованием исходной модели объекта.

Наиболее ответственным и неформализованным является этап редукции полной линеаризованной модели с учетом имеющихся возможностей измерения переменных состояния и их взаимовлияния.

Линеаризованная в окрестности положения равновесия модель (1), (2) запишется следующим образом:

$$\frac{d\Delta\bar{x}}{d\tau} = A\Delta\bar{x} + B\Delta v_{хл}; \Delta x|_{\tau=0} = 0, \quad (3)$$

где $\Delta\bar{x}^T = (\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \Delta x_4, \Delta x_5)$ - вектор состояния,

$$A = \{a_{ij}\}, \quad a_{ij} = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right|_{x^0},$$

$$B = \left\{ \frac{\partial f_i}{\partial v_{хл}} \right\} = \{b_i\}, \quad ij = \overline{1,5}.$$

Подсистема, описывающая тепловой режим в развернутом виде в силу уравнений (1)-(3) имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta x_4}{d\tau} &= a_{41}\Delta x_1 + a_{42}\Delta x_2 + a_{43}\Delta x_3 + a_{44}\Delta x_4 + a_{45}\Delta x_5, \\ \frac{d\Delta x_5}{d\tau} &= a_{54}\Delta x_4 + a_{55}\Delta x_5 + b\Delta v_{хл}. \end{aligned} \quad (4)$$

Предполагается, что в системе (4) приращения переменных состояния $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$ (концентраций веществ) обусловлены отклонением температуры процесса от статического значения (Δx_4), что приводит к изменению констант скоростей.

Учитывая, что согласно модели (1)

$x_i = x_i(k_j(x_4))$, $i = \overline{1,3}$; $j = 1,2$ можно записать:

$$\Delta x_i = \left(\frac{\partial x_i}{\partial k_1} \frac{\partial k_1}{\partial x_4} + \frac{\partial x_i}{\partial k_2} \frac{\partial k_2}{\partial x_4} \right) \Bigg|_{x^0} \Delta x_4, \quad i = \overline{1,3}. \quad (5)$$

С учетом температурной зависимости констант скоростей стадий $k_j(x_4)$, $j = 1,2$ производные $\partial k_j / \partial x_4$ примут вид:

$$\left. \frac{\partial k_j}{\partial x_4} \right|_{x_4^0} = k_j^0 \frac{E_i}{R} \frac{1}{(273 + x_4^0)^2},$$

где k_j^0 - значение константы при $x_4 = x_4^0$ (в статике). Соотношение (5), определяющее зависимость приращения концентраций от приращения температуры, запишем в виде:

$$\Delta x_i = d_i \Delta x_4, \quad d_i = \left(\frac{\partial x_i}{\partial k_1} \frac{\partial k_1}{\partial x_4} + \frac{\partial x_i}{\partial k_2} \frac{\partial k_2}{\partial x_4} \right) \Bigg|_{x_4^0}.$$

Для вычисления Δx_i по соотношению (6) необходимо каким-либо образом определить величины $\left. \frac{\partial x_i}{\partial k_j} \right|_{x^0}$, которые можно интерпретировать как коэффициенты чувствительности концентраций к изменению констант скоростей в окрестности стационарного состояния объекта.

Вычислить оценки величин $\left. \frac{\partial x_i}{\partial k_j} \right|_{x^0}$ можно различными способами. Первый способ заключается в следующем. Вводится в рассмотрение система дифференциальных уравнений, описывающих изменение коэффициентов чувствительности переменных x_1, x_2, x_3 во времени следующим образом [13].

Рассмотрим первое уравнение в (1):

$$\frac{dx_1}{d\tau} = f_1(x_1, x_2, x_3, k_1, k_2).$$

Продифференцируем левую и правую части уравнения по k_1 с учётом того, что $x_i = x_i(k_1)$, $i = \overline{1,3}$:

$$\frac{\partial}{\partial k_1} \left(\frac{dx_1}{d\tau} \right) = \frac{\partial f_1}{\partial k_1} + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial k_1} + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial k_1} + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \frac{\partial x_3}{\partial k_1}.$$

Поменяв порядок вычисления производных в левой части, будем иметь:

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial x_1}{\partial k_1} \right) = \frac{\partial f_1}{\partial k_1} + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial k_1} + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial k_1} + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \frac{\partial x_3}{\partial k_1}.$$

Аналогично получим уравнение для $\frac{\partial x_1}{\partial k_2}$:

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial x_1}{\partial k_2} \right) = \frac{\partial f_1}{\partial k_2} + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \frac{\partial x_1}{\partial k_2} + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \frac{\partial x_2}{\partial k_2} + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \frac{\partial x_3}{\partial k_2}.$$

Выполнив такие же манипуляции со вторым и третьим уравнением системы (1), получим систему дифференциальных уравнений для всех коэффициентов чувствительности. В матричном виде система запишется:

$$\frac{dW}{d\tau} = \hat{A}W + \hat{B}, \quad (7)$$

где $W = \{w_{i,j}\}$; $w_{i,j} = \frac{\partial x_i}{\partial k_j}$; $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1,2}$;

$$\hat{A} = \{a_{k,i}\}, \quad a_{k,i} = \frac{\partial f_k}{\partial x_i}, \quad k, i = \overline{1,3}; \quad \hat{B} = \{\hat{b}_{kj}\},$$

$$\hat{b}_{kj} = \frac{\partial f_k}{\partial k_j}, \quad k = \overline{1,3}, \quad j = \overline{1,2}.$$

Начальные условия – нулевые $w_{ij}|_{\tau=0} = 0$, так как предполагается, что константы в начальный момент времени не влияют на $x_i(0)$, $i, j = \overline{1,3}$

Определить значения w_{ij} , соответствующие стационарному состоянию объекта (состоя-

$$w_{11} = \frac{\partial x_1}{\partial k_1} \Big|_{\bar{x}^0} = - \frac{Vx_1^0 x_2^0}{(Vk_1 x_2^0 + Vk_2 x_3^0 + v)}; \quad w_{21} = \frac{\partial x_2}{\partial k_1} \Big|_{\bar{x}^0} = - \frac{Vx_1^0 x_2^0}{(Vk_1 x_1^0 + v)}; \quad w_{31} = \frac{\partial x_3}{\partial k_1} \Big|_{\bar{x}^0} = \frac{Vx_1^0 x_2^0}{(Vk_2 x_1^0 + v)};$$

$$w_{12} = \frac{\partial x_1}{\partial k_2} \Big|_{\bar{x}^0} = - \frac{Vx_1^0 x_3^0}{(Vk_1 x_2^0 + Vk_2 x_3^0 + v)}; \quad w_{22} = \frac{\partial x_2}{\partial k_2} \Big|_{\bar{x}^0} = 0; \quad w_{32} = \frac{\partial x_3}{\partial k_2} \Big|_{\bar{x}^0} = - \frac{Vx_1^0 x_3^0}{(Vk_2 x_1^0 + v)}. \quad (9)$$

Вычисленные первым или вторым способом оценки величин $\partial x_i / \partial k_j |_{\bar{x}^0}$ используются в соотношении (6) для определения значений Δx_i , которые подставляются в систему (4).

В результате подстановки первое уравнение (4) преобразуется к виду:

$$\frac{d\Delta x_4}{d\tau} = (a_{41}d_1 + a_{42}d_2 + a_{43}d_3)\Delta x_4 + a_{44}\Delta x_4 + a_{45}\Delta x_5 = a_{44}^*\Delta x_4 + a_{45}\Delta x_5$$

нию статики), возможно при моделировании режима пуска аппарата в изотермических условиях ($x_4 = \text{const}$) путем интегрирования системы (1) совместно с системой (7) с начальными условиями $x_i|_{\tau=0} = 0$, $w_{ij}|_{\tau=0} = 0$. Интегрирование осуществляется до момента установления стационарного режима (состояния статики, $x_i = \text{const}$). Значения $\partial x_i / \partial k_j |_{\bar{x}^0}$, соответствующие данному режиму, используются для оценки Δx_i по соотношению (6). Решение задачи можно упростить, предварительно вычислив элементы матриц \hat{A} и \hat{B} для условий стационарного режима (статики) $\{dx_i / d\tau = 0\}$. В этом случае система обыкновенных дифференциальных уравнений (7) преобразуется в систему линейных алгебраических уравнений относительно w_i, j . Более грубые оценки величин $\partial x_i / \partial k_j |_{\bar{x}^0}$ можно получить, воспользовавшись уравнениями статики объекта, соответствующими системе (1): $f_1(\cdot) = 0$, $f_2(\cdot) = 0$, $f_3(\cdot) = 0$ (второй способ). Из данных уравнений выразим, соответственно, значения x_1, x_2, x_3 в статике:

$$x_1^0 = \frac{v_1 x_{1ex}}{(Vk_1 x_2^0 + Vk_2 x_3^0 + v)};$$

$$x_2^0 = \frac{v_2 x_{2ex}}{(Vk_1 x_1^0 + v)}; \quad x_3^0 = \frac{Vk_1 x_1^0 x_2^0}{(Vk_2 x_1^0 + v)}. \quad (8)$$

Соотношения (8) определяют взаимосвязь $x_i = x_i(k_1, k_2)$, $i = \overline{1,3}$ в статике.

Из данных соотношений в явном виде получим зависимости $w_{ij} = \partial x_i / \partial k_j |_{\bar{x}^0}$:

где $a_{44}^* = a_{41}d_1 + a_{42}d_2 + a_{43}d_3 + a_{44}$.

Второе уравнение (4) остается прежним.

Таким способом будет получена редуцированная модель объекта, которая может использоваться при синтезе РС пониженного порядка для управления температурой в реакторе.

Третий способ вычисления оценок $\partial x_i / \partial k_j |_{\bar{x}^0}$ и дальнейшей редукции модели (3) состоит в следующем.

Выпишем уравнения статики для концентраций веществ в соответствии с линеаризованной моделью (3) при $\Delta v_{xл} = 0$:

$$\begin{aligned} a_{11}\Delta x_1 + a_{12}\Delta x_2 + a_{13}\Delta x_3 &= -a_{14}\Delta x_4 = c_1 \\ a_{21}\Delta x_1 + a_{22}\Delta x_2 + a_{23}\Delta x_3 &= -a_{24}\Delta x_4 = c_2 \\ a_{31}\Delta x_1 + a_{32}\Delta x_2 + a_{33}\Delta x_3 &= -a_{34}\Delta x_4 = c_3 \end{aligned}$$

Решение системы линейных алгебраических уравнений (11) относительно неизвестных Δx_i , $i = \overline{1,3}$ в соответствии с правилом Крамера запишется:

$$\Delta x_i = \frac{\det_i}{\det} \Delta x_4 = d_i \Delta x_4, \quad i = \overline{1,3}, \quad (12)$$

где \det – определитель системы (11), \det_i – определитель, в который i -ый столбец заменён столбцом $C = (c_1 \ c_2 \ c_3)^T$. Подстановкой данных соотношений в систему (4) решается задача редуцирования полной линеаризованной модели (3).

Следует ожидать, что динамические и статические свойства редуцированной модели, полученной изложенными способами, будут несколько отличаться от свойств исходной модели (3) в силу сделанных допущений и упрощений (упрощение заключается в том, что при изменении Δx_4 концентрации изменяются безынерционно, мгновенно).

Качество редуцированной модели, полученной предложенными способами, возможно оценить путём сравнения переходных процессов, рассчитанных по этой модели, с переходными процессами, рассчитанными по исходной нелинейной модели (1), (2) и полноразмерной линеаризованной модели (3).

Значения режимно-технологических и конструктивных параметров реактора в стационарном состоянии:

$$\begin{aligned} V &= 10 \text{ м}^3; \quad v_1 = 0.3 \text{ м}^3/\text{мин}; \quad v_2 = 0.7 \text{ м}^3/\text{мин}; \\ SA_{\text{вх}} &= 20 \text{ кмоль}/\text{м}^3; \quad SB_{\text{вх}} = 10 \text{ кмоль}/\text{м}^3; \\ K_1 &= 1,5 \cdot 10^9 \text{ м}^3/(\text{кмоль} \cdot \text{мин}); \\ K_2 &= 1,5 \cdot 10^8 \text{ м}^3/(\text{кмоль} \cdot \text{мин}); \\ t_1 &= 30 \text{ }^\circ\text{C}; \quad t_2 = 30 \text{ }^\circ\text{C}; \\ E &= 66520 \text{ кДж}/\text{кмоль}; \\ \Delta H_1 &= 65000 \text{ кДж}/\text{кмоль}; \\ \Delta H_2 &= 60000 \text{ кДж}/\text{кмоль}; \\ \rho &= 1000 \text{ кг}/\text{м}^3; \quad \rho_{xл} = 1000 \text{ кг}/\text{м}^3; \\ c_T &= 4.18 \text{ кДж}/(\text{кг} \cdot \text{град}); \quad t_{xл}^{\text{вх}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}; \\ V_{xл} &= 5.8 \text{ м}^3; \quad v_{xл} = 1.18 \text{ м}^3/\text{мин}; \\ \beta &= 3530 \text{ кДж}/\text{град} \cdot \text{мин}; \quad C_A = 0.829 \text{ кмоль}/\text{м}^3; \\ C_B &= 2.51 \text{ кмоль}/\text{м}^3; \quad C_{P1} = 3.808 \text{ кмоль}/\text{м}^3; \\ C_{P2} &= 0.681 \text{ кмоль}/\text{м}^3; \quad t = 80 \text{ }^\circ\text{C}; \quad t_{xл} = 45 \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Запишем с учетом (10) редуцированную модель, описывающую возбужденное движение тепловой подсистемы:

$$\frac{d\Delta \bar{x}}{d\tau} = A^* \Delta \bar{x} + B^* \Delta v_{xл}, \quad (13)$$

где $\Delta \bar{x} = (\Delta x_4 \ \Delta x_5)^T$;

$$A^* = \begin{bmatrix} a_{44}^* & a_{45} \\ a_{54} & a_{55} \end{bmatrix}; \quad B^* = \begin{pmatrix} \partial f_4 / \partial v_{xл} \\ \partial f_5 / \partial v_{xл} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ b^* \end{pmatrix}.$$

При заданных режимно-технологических параметрах реактора определены: матрицы $A = \{a_{ij}\}$ и $B = \{b_i\}$ в полной линеаризованной модели (3); значения коэффициентов чувствительности $w_{ij} = \partial x_i / \partial k_j|_{x^0}$ различными способами – (7) и (9); параметры d_i в (6) и (12); матрицы A^* и B^* в (13). Значения перечисленных параметров сведены в таблицу 1. Сравнительный анализ полноразмерной линеаризованной модели (3) и редуцированной модели (13) проводился путём моделирования возбуждённого движения системы изменением: начальных условий и внешнего воздействия $u = b^* \Delta v_{xл}$. На рис. 1а приведены кривые изменения переменных состояния во времени при изменении начального состояния системы, которые показывают: полное совпадение исходной нелинейной и полной линеаризованной моделей; модель, редуцированная первым и третьим способами, имеет существенное расхождение с исходной моделью на начальном участке – до $\tau = 6 \div 7$ мин; редуцированная вторым способом модель характеризуется существенным расхождением с исходной моделью практически в течение всего времени переходного процесса. Анализ реакции моделей на ступенчатое изменение входного воздействия $\Delta v_{xл}$ (рисунок 1б) позволяет заключить, что редуцированные первым и третьим способами модели с погрешностью ± 1 °C совпадают с исходной и полной линеаризованной моделями на интервале времени $[0 \div 20 \text{ мин}]$; модель, редуцированная вторым способом, обладает значительной статической ошибкой. Таким образом, численное исследование динамических свойств моделей позволяет рекомендовать процедуру редукиции полноразмерной линеаризованной модели с использованием коэффициентов чувствительности либо с использованием линеаризованной модели статики для концентраций компонентов (третий способ).

Полученная таким образом редуцированная математическая модель объекта используется далее для синтеза алгоритма управления температурой на базе регулятора состояния пониженного порядка.

Оценки параметров редуцированной модели
Table 1. Estimates of parameters of the reduced model

параметр	1 способ	2 способ	3 способ
w_{11}	-2,193	-2,883	-
w_{12}	-3,225	-7,477	-
w_{21}	4,257	17,660	-
w_{22}	-6,801	-4,374	-
w_{31}	13,211	0,000	-
w_{32}	-33,224	-26,792	-
d_1	-0,040	-0,046	-0,039
d_2	-0,026	-0,103	-0,029
d_3	0,013	0,207	0,009
A^*	$\begin{bmatrix} -0,124 & 0,084 \\ 0,146 & -0,349 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0,347 & 0,084 \\ 0,146 & -0,349 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -0,124 & 0,084 \\ 0,146 & -0,349 \end{bmatrix}$
b^*	-4,31	-4,31	-4,31

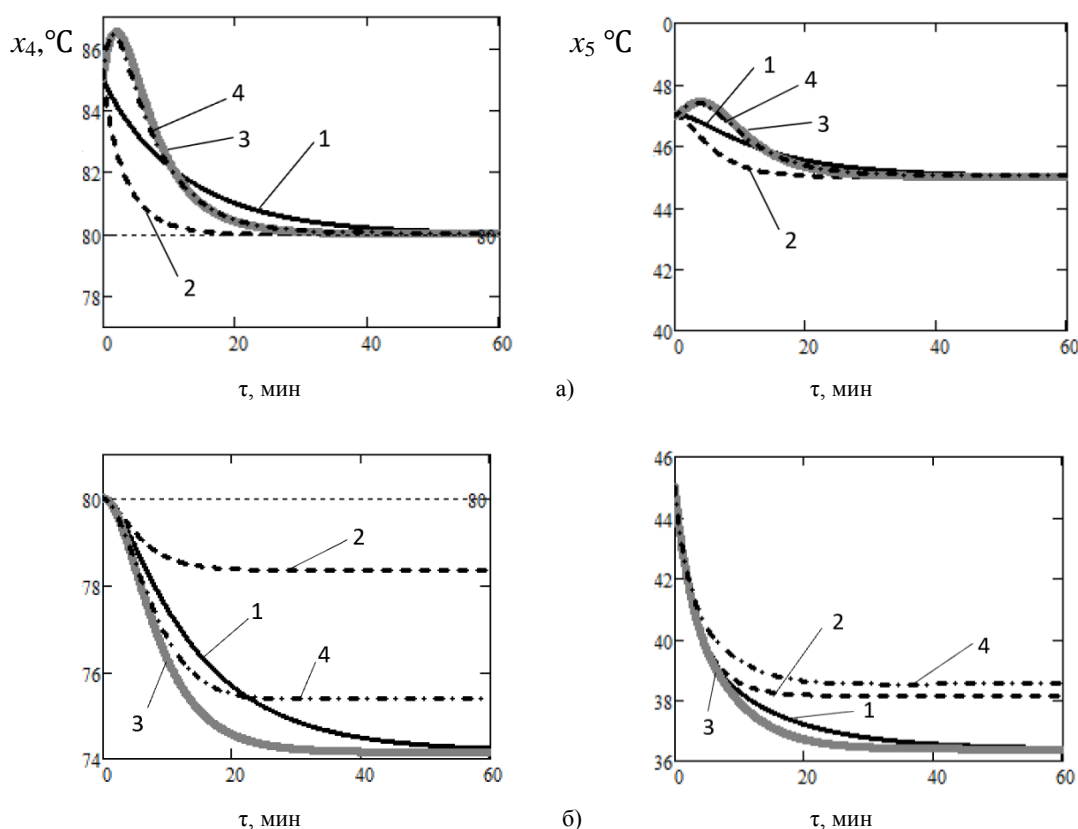


Рис. 1. Переходные процессы переменных состояния x_4 , x_5 : а) – при изменении начальных условий $\Delta x_{40} = 5$ °С, $\Delta x_{50} = 2$ °С; б) при внешнем воздействии $\Delta v_{hl} = 0.5$ м³/мин; 1 – модель, редуцированная первым и третьим способами; 2 – модель, редуцированная вторым способом; 3 – полная линеаризованная модель; 4 – исходная нелинейная модель
Fig. 1. Transient processes of state variables x_4 , x_5 : а) – when the initial conditions change $\Delta x_{40} = 5$, $\Delta x_{50} = 2$; б) under external influence $\Delta v_{hl} = 0.5$ m³/min; 1 – model reduced by the first and third methods; 2 – model reduced by the second method; 3 – full linearized model; 4 – initial nonlinear model

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтез САУ тепловым режимом химического реактора в условиях неполного измерения вектора состояния объекта (требует) предполагает постановку и решение задачи линеаризации и редукиции математической модели объекта. В работе

теоретически обоснованы различные способы решения этой задачи.

Методами вычислительного эксперимента, а именно путём моделирования динамики температурного режима с использованием различных моделей показано, что динамические свойства объекта удовлетво-

рительно описываются редуцированной моделью с использованием уравнений для коэффициентов чувствительности (первый способ) и с использованием уравнений статики для концентраций линеаризованной модели (третий способ).

Полученная таким образом редуцированная модель может быть рекомендована для синтеза регу-

лятора состояния пониженного порядка, т.е. синтеза САУ температурой в реакторе.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов, требующего раскрытия в данной статье.

The authors declare the absence a conflict of interest warranting disclosure in this article.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Chitturi A., Ravi P.S.** PID control of integrating systems using Multiple Dominant Poleplacement method. *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*. 2015. Vol. 10, N 5. P. 734–742.
2. **Krishna D., Suryanarayana K., Aparna G., Sree R.P.** Tuning of PID Controllers for Continuous Stirred Tank Reactors. *Indian Chemical Enginer*. 2012. Vol. 54, N 3. P. 157–179.
3. **Тютиков В.В., Тарарыкин С.В.** Робастное модальное управление технологическими объектами. Иваново: Изд. Ивановск. энергетического ун-та, 2006. 256 с.
4. Современная прикладная теория управления / Под ред. Колесникова. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2000. 400 с.
5. **Гайдук А.Р., Беляев В.Е., Пьявченко Т.А.** Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB: Учебн. Пособие. 4-е изд. СПб.: Лань, 2017. 464 с.
6. **Бойченко В.А., Курдюков А.П., Тимин В.Н., Ядыкин И.Б.** Некоторые методы синтеза регуляторов пониженного порядка и заданной структуры. УБС. 2007. Выпуск 19. С. 23–126.
7. **Колесников А.А.** Синергетические методы управления сложными системами: теория системного синтеза. 2 изд. М.: Либроком, 2012 240 с.
8. **Аполонский В.В., Тарарыкин С.В.** Методы синтеза редуцированных регуляторов состояния линейных динамических систем. Известия РАН. Теория и системы управления. 2014. № 6. С. 25-33.
9. **Лабутин А.Н., Алексеев Е.А.** Синтез алгоритмов управления температурой в реакторе твердофазного дополиамидирования. *Современные наукоёмкие технологии. Региональное приложение*. №3 (67), 2021. С. 63-68.
10. **Невиницын В.Ю., Загаринская Ю.Н., Волкова Г.В., Лабутин А.Н.** Аналитический синтез нелинейных алгоритмов управления тепловым режимом химического реактора. *Известия СПбГТИ (ТУ)*. №50 (76), 2019. С. 115-120.
11. **Блиничев В.Н., Лабутин А.Н. и др.** Проблемы разработки энерго- и ресурсосберегающих процессов, реакторных систем и оборудования интенсивного действия, моделирования и оптимального управления. *Изв. вузов. Химия и хим. технология*. 2023. Т. 66, вып.7. С. 185-202. DOI:10.6060/ivkkt.20236607.6845j
12. **Labutin A.N., Vasko M., Kuric I., Nevinitsyn V.Y., Saga M., Zagarinskaya Y.N., Volkova G.V.** Analytical Synthesis of non-linear control algorithms of a chemical reactor thermal mode. *Processes*. 2021. №9. С. 644. <https://doi.org/10.3390/pr9040644>
13. **Полак Л.С.** Применение вычислительной математики в химической и физической кинетике. Изд-во «Наука», 1969. 279 с.

REFERENCES

1. **Chitturi A., Ravi P.S.** PID control of integrating systems using Multiple Dominant Poleplacement method. *Asia-Pacific Journal of Chemical Engineering*. 2015. Vol. 10, N 5. P. 734–742.
2. **Krishna D., Suryanarayana K., Aparna G., Sree R.P.** Tuning of PID Controllers for Continuous Stirred Tank Reactors. *Indian Chemical Enginer*. 2012. Vol. 54, N 3. P. 157–179.
3. **Tyutikov V.V., Tararykin S.V.** Robust modal control of technological objects. Ivanovo: Publ. of Ivanovo State Power Engineering University, 2006. 256 p.
4. Modern applied control theory / Ed. by Kolesnikov. Taganrog: Taganrog State University of Radioengineering, 2000. 400 p.
5. **Gayduk A.R., Belyaev V.E., Pyavchenko T.A.** Theory of automatic control in examples and problems with solutions in MATLAB: Tutorial. 4th ed. St. Petersburg: Lan', 2017. 464 p.
6. **Boychenko V.A., Kurdyukov A.P., Timin V.N., Yadikin I.B.** Some methods of synthesis of low-order regulators with specified structure. UBS. 2007. Release 19. P. 23–126.
7. **Kolesnikov A.A.** Synergetic methods of control for complex systems: theory of system synthesis. 2nd ed. M.: Librocom, 2012. 240 p.
8. **Apolonsky V.V., Tararykin S.V.** Methods of synthesis of reduced state regulators of linear dynamic systems. *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Theory and Control Systems*. 2014. N 6. P. 25-33.
9. **Labutin A.N., Alexeev E.A.** Synthesis of temperature control algorithms in a solid-phase copolyamidation reactor. *Modern high-tech technologies. Regional supplement*. N 3 (67), 2021. P. 63-68.
10. **Nevinitsyn V.Y., Zagarinskaya Y.N., Volkova G.V., Labutin A.N.** Analytical synthesis of nonlinear control algorithms for the thermal mode of a chemical reactor. *Proceedings of St. Petersburg State Polytechnic University (Technical University)*. N 50 (76), 2019. P. 115-120.
11. **Blinichev V.N., Labutin A.N. et al.** Problems of development of energy- and resource-saving processes, reactor systems and equipment of intensive action, modeling and optimal control. *Izv.vuzov. Chemistry and chemical technology*. 2023. Vol. 66, issue 7. P. 185-202. DOI:10.6060/ivkkt.20236607.6845j
12. **Labutin A.N., Vasko M., Kuric I., Nevinitsyn V.Y., Saga M., Zagarinskaya Y.N., Volkova G.V.** Analytical Synthesis of non-linear control algorithms of a chemical reactor thermal mode. *Processes*. 2021. N 9. P. 644. <https://doi.org/10.3390/pr9040644>
13. **Polak L.S.** Application of computational mathematics in chemical and physical kinetics. Publishing house "Nauka", 1969. 279 p.

Поступила в редакцию (Received) 24.12.2023
Принята к опубликованию (Accepted) 28.01.2024