

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОТОКОВ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ АППАРАТАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСКРЕТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ.

Бобков С.П., Астраханцев Р.Г., Павлова Е.А.

Бобков Сергей Петрович (ORCID 0000-0001-7315-1625),
Астраханцев Роман Геннадьевич (ORCID 0000-0001-9880-2826),
Павлова Екатерина Алексеевна (ORCID 0000-0002-9266-9603)
Ивановский государственный химико-технологический университет,
г. Иваново, Россия. 153000, Ивановская область, г. Иваново, пр. Шереметевский, д. 7.
E-mail: bsp@isuct.ru; rgastrakhantsev@gmail.com; pavlova_ea@isuct.ru

Для математического моделирования потоков в промышленном оборудовании обычно используют идеализированные гидродинамические модели. В силу простоты в использовании, они получили широкое распространение, несмотря на недостаточную адекватность. Указанный недостаток явился следствием упрощающих допущений, использованных при их выводе. По своей математической схеме все типовые модели структуры потоков относятся к классу детерминированных и непрерывных. В то же время, ситуация в реальных движущихся потоках в значительной мере определяется случайными факторами. Возникает необходимость более широкого применения стохастических подходов к моделированию технологических процессов и аппаратов с использованием современных цифровых технологий. С другой стороны, широкое внедрение современных цифровых технологий делает перспективными подходы, использующие дискретное рассмотрение пространства.

В данной статье рассматривается попытка создания гидродинамической модели с использованием систем дискретных динамических элементов, в частности вероятностных клеточных автоматов. При получении модели принимается гипотеза о существовании двух составляющих скорости потока, одна из которых детерминирована, а вторая – случайная. Описана общая методика создания модели, приведены некоторые результаты ее использования. Также приводятся результаты сравнения дискретной стохастической модели с типовой диффузионной моделью, с точки зрения отражения физической сущности реальных потоков, возможностей определения модельных параметров, удобства использования. Показаны отличительные стороны новой модели, ее достоинства и недостатки. Рассмотрены возможные области применения полученной модели.

Ключевые слова: дискретное моделирование; стохастическое моделирование; гидродинамика потоков; вероятностные клеточные автоматы

RESEARCH OF THE STRUCTURE OF FLOW IN TECHNOLOGICAL EQUIPMENT USING DISCRETE DYNAMIC MODELS

Bobkov S.P., Astrahancev R.G., Pavlova E.A.

Bobkov Sergej Petrovich (ORCID 0000-0001-7315-1625), Astrahancev Roman Gennad'evich (ORCID 0000-0001-9880-2826), Pavlova Ekaterina Alekseevna (ORCID 0000-0002-9266-9603)
Ivanovo State University of Chemical Technology,
Ivanovo, Russia. 153000, Ivanovo region, Ivanovo, Sheremetevsky ave., 7.
E-mail: bsp@isuct.ru; rgastrakhantsev@gmail.com; pavlova_ea@isuct.ru

For mathematical modeling of flows in industrial equipment, idealized hydrodynamic models are usually used. Due to their ease of use, they have become widespread, despite their lack of adequacy. This shortcoming was a consequence of the simplifying assumptions used in their derivation. According to their mathematical scheme, all typical flow structure models belong to the class of deterministic and continual. At the same time, the situation in real moving flows is largely determined by random factors. There is a need for wider use of stochastic approaches to modeling technological processes and devices using modern digital technologies. On the other hand, the widespread introduc-

tion of modern digital technologies makes approaches that use discrete consideration of field promising. This article discusses an attempt to create a hydrodynamic model using systems of discrete dynamic elements, in particular probabilistic cellular automata.

When obtaining a model, a hypothesis is accepted about the existence of two components of flow velocity, one of which is deterministic, and the second is random. The general methodology for creating the model is described, and some results of its use are given. Also presented are the results of a comparison of a discrete stochastic model with a standard diffusion model, from the point of view of reflecting the physical essence of real flows, the ability to determine model parameters, and ease of use. The distinctive aspects of the new model, its advantages and disadvantages are shown. Possible areas of application of the resulting model are considered.

Keywords: discrete simulation; stochastic simulation; hydrodynamics of flows; probabilistic cellular automata.

АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ

В промышленности встречается достаточно большое количество аппаратов трубчатого типа, у которых длина существенно превышает диаметр. Это колонны различного типа, химические реакторы, массообменное и теплообменное оборудование. Эффективность протекающих в них технологических процессов во многом определяется структурой потоков в данных аппаратах. С этих позиций адекватное описание процессов движения вещества в рабочих объемах оборудования является чрезвычайно важной задачей [1, 2]. При рассмотрении процесса макроскопического переноса вещества следует учитывать ряд аспектов. Прежде всего, это режим течения (турбулентный, ламинарный) и наличие пограничного слоя. Также важны проблемы не одинакового времени пребывания частиц потока в рабочих зонах, неравномерность поля скоростей и др. Поэтому использование корректных математических моделей динамики движения вещества в аппарате становится важным этапом разработки нового и модернизации существующего оборудования [3, 4].

Такие модели должны удовлетворять следующим требованиям. С одной стороны, они должны с достаточной точностью описывать физическую сущность реального потока и позволять определять параметры движения потока. С другой стороны, модели должны быть удобными для использования в расчетах, т.е. иметь простое математическое описание [5].

В классической гидродинамике существует ряд уравнений, позволяющих описать движение сплошной среды – это уравнение неразрывности потока, уравнение Навье-Стокса и др. В то же время, их применение к анализу технологических процессов вызывает затруднения в силу сложности реальной гидродинамической обстановки внутри оборудования. Данная ситуация вызвала необходимость разработки и применения идеализированных моделей, использующих упрощенные

представления о структуре потоков. Наибольшее распространение получили типовые модели движущихся потоков, основанные на особенностях степени перемешивания частиц потока. Применительно к аппаратам трубчатого типа, широко используются модели идеального вытеснения и диффузионные модели [6].

Модель идеального вытеснения основана на гипотезе о поршневом движении потока внутри трубчатого аппарата. Это предполагает отсутствие перемешивания вдоль потока и полное перемешивание в перпендикулярном направлении. Уравнение этой модели имеет вид:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -u \frac{\partial C}{\partial l}, \quad (1)$$

где C – искомая фазовая переменная (концентрация, температура); u – линейная скорость потока в аппарате; t – время; l – длина аппарата.

Несмотря на то, что данная модель вполне удовлетворительно описывает движение жидкостей в длинных трубах, особенно заполненных зернистым наполнителем, она весьма уязвима для критики. В первую очередь весьма грубым допущением является полное отсутствие продольного перемешивания частиц потока. Устранить этот недостаток были призваны диффузионные модели [7].

Первая из диффузионных моделей предполагает наличие в конвективном потоке идеального вытеснения продольного перемешивания за счет молекулярной диффузии. В соответствии с этими рассуждениями уравнение однопараметрической диффузионной модели будет следующим:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -u \frac{\partial C}{\partial l} + D_1 \frac{\partial^2 C}{\partial l^2}, \quad (2)$$

где D_1 – коэффициент диффузии в продольном направлении.

Нетрудно заметить, что уравнение (2) аналогично уравнению молекулярной диффузии с той разницей, что коэффициент D_1 характеризует интенсивность турбулентной диффузии или продольного перемешивания.

Поскольку модель (2) учитывает только продольную диффузию, ее дальнейшей модификацией стала двухпараметрическая диффузионная модель потока:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -u \frac{\partial C}{\partial l} + D_l \frac{\partial^2 C}{\partial l^2} + \frac{D_r}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right), \quad (3)$$

где D_r – коэффициент диффузии в радиальном направлении; r – текущий радиус.

Анализ уравнений (1) – (3) показывает, что они представляют собой дифференциальные уравнения с частными производными, то есть относятся к классу непрерывных детерминированных моделей. Опыт показывает, что, несмотря на существование мощных современных вычислительных средств, данные модели не всегда удобны для технологических расчетов. Кроме того, в них полностью игнорируются стохастические факторы, всегда присутствующие в реальных условиях [8].

В последние годы возрос интерес к использованию дискретных подходов для моделирования широкого класса процессов – природных, технологических, технико-экономических и пр. Во многом это обусловлено следующими методологическими причинами. Аналитические приемы высшей математики, лежащие в основе классических уравнений (1) – (3), базируются на понятии бесконечно малых величин. Последние, по сути, являются математической абстракцией и в реальной жизни не существуют. В действительности человек имеет дело с дискретными объектами, которые, безусловно, могут быть малыми, но при этом остаются конечными. С этих позиций дискретные модели могут считаться более адекватными при описании целого ряда процессов различной природы [9, 10].

МЕТОДИКА СОЗДАНИЯ МОДЕЛИ

Одной из разновидностей дискретного подхода являются модели в виде систем клеточных автоматов. Они представляют собой формальный математический аппарат для исследования распределенных динамических систем и могут успешно использоваться для моделирования процессов, для которых характерны коллективные явления, в том числе процессов течения сплошной среды [11- 12]. Понятие «клеточный» свидетельствует о том, что данная представляет собой совокупность одинаковых элементов (клеток, ячеек), поведение которых полностью определяется локальными взаимодействиями друг с другом. Система функционирует в дискретном времени, на каждом шаге которого любая клетка определяет свое новое состояние по установленным правилам поведения. Поскольку четкое следование заранее

заложенным инструкциям (алгоритму) свойственно автоматам, данный термин и появился в названии метода. Обычно правила (функции) перехода клетки в новое состояние обусловлены природой исследуемого явления и подчиняются фундаментальным законам соответствующей области науки. Однако они всегда зависят от текущего состояния самой клетки и ее соседей. Переходы происходят для всех клеток системы одновременно и позволяют описывать эволюцию системы. Часто отмечается, что коллективное поведение отдельных элементов определяет динамику всей системы в целом.

Переходя к дискретному моделированию движения потоков, будем считать, что сплошная среда, заполняющая аппарат, состоит из множества клеток. Клетки образуют регулярную решетку, обычно ортогональную. Положение каждой из клеток на решетке фиксируется координатами и характеризуется показателями состояния. Схема модели для двухмерного случая приведена на рис. 1.

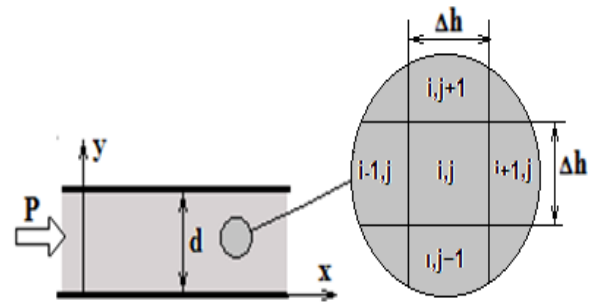


Рис. 1. Схема дискретной модели аппарата
Fig.1. Scheme of a discrete model of the device

Суть моделирования процесса движения легко объясняется с помощью понятия «меченая» клетка. Допустим, «меченая» клетка, координаты которой известны, обладает определенной скоростью. На каждом шаге дискретного времени вычисляются новые координаты решетки, куда клетка может переместиться, двигаясь с данной скоростью. Теперь, «меченой» становится клетка с вычисленными новыми координатами. Ей также присваивается значение скорости движения. Процедура повторяется для всех «меченых» клеток на данном шаге по времени. Затем происходит переход к следующему шагу.

Значение скорости клетки определяется следующим образом. Принимается, что вектор скорости движения состоит из двух компонентов [13, 14]. Первый определяется действием давления и направлен вдоль оси течения.

Модуль этого компонента может быть рассчитан детерминированным способом.

Второй компонент рассматривается, как случайный процесс перемешивания клеток и обусловлен флуктуациями скорости.

Детерминированная составляющая вектора скорости вычисляется в соответствии с законом Пуазейля:

$$v_r = \frac{\Delta P(R^2 - r^2)}{4\mu l}, \quad (4)$$

где v_r – скорость, как функция расстояния до оси аппарата; ΔP – перепад давления; R – радиус аппарата; r – расстояние до оси аппарата; μ – вязкость среды; l – длина аппарата.

Использование выражения (4) позволяет легко рассчитать распределение скоростей в поперечном сечении потока. Полученная величина дает возможность определить предварительные координаты нового узла решетки. При этом, поскольку модель дискретная, найденное значение квантуется с шагом решетки Δh . Таким образом имитируется макроскопический поток вещества через аппарат под действием перепада давления.

При моделировании стохастической составляющей вектора скорости клетки принимается, что она может совершить случайное перемещение в любой из соседних узлов решетки. Для выбора конкретного узла при моделировании можно применить следующий оператор.

$$m(i, j) \rightarrow m(k), \text{ где } k = \begin{cases} (i, j+1) & \text{если } 0 < r \leq d_1 \\ (i+1, j) & \text{если } d_1 < r \leq d_1 + d_2 \\ (i, j-1) & \text{если } d_1 + d_2 < r \leq d_1 + d_2 + d_3 \\ (i-1, j) & \text{если } d_1 + d_2 + d_3 < r \leq 1 \end{cases} \quad (5)$$

где $m(i, j)$ – координата искомого узла; r – случайное число, равномерно распределенное в диапазоне $[0, 1]$; d_i – вероятности движения в соответствующем направлении.

В простейшем случае указанные вероятности можно принять одинаковыми: $d_1 = d_2 = d_3 = 0,25$.

Найденное направление случайного перемещения клетки позволяет скорректировать ее новое положение на решетке для данного шага моделирования.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

На базе описанной выше модели был создан алгоритм и комплекс программ для проведения численных экспериментов. Программные продукты были реализованы в среде Matlab. Компьютерная имитация использовалась для оценки возможностей дискретного подхода при описании реальной структуры потоков в технологических аппаратах. Ниже приведены некоторые результаты, полученные в ходе проведенных исследований. При рассмотрении рисунков необходимо учитывать, что вследствие вероятностного характера модели каждая реализация процесса является случайной. При исследовании типовых идеализированных моделей потоков широко используется анализ функций отклика объекта на стандартное возмущение [15].

Он используется для идентификации модели и для исследования динамических характеристик объектов. Представляет интерес рассмотреть эти важные характеристики у предлагаемой дискретной модели. На рис. 2. показана реакция рассматриваемой дискретной модели на ступенчатое возмущение. Моделировалось течение жидкости внутри трубчатого объекта, имеющего внутренний диаметр 0,015 м и длину 0,065 м. Для дискретизации пространства использовалась ортогональная решетка с шагом $\Delta h = 1/3$ мм, шаг по времени составлял $\Delta t = 1/15$ с. Сплошной средой принималась вода с температурой 200 С, которая двигалась со средней скоростью $v_{cp} = 0,015$ м/с.

Стохастические составляющие скоростей в выражении (5) приняты в предположении, что вероятности направления движения d_i одинаковы, т.е. равны 0,25.

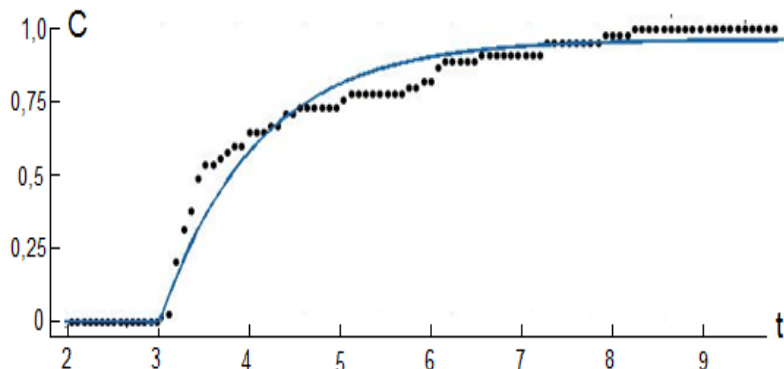


Рис. 2. Кривая отклика модели на ступенчатое возмущение
Fig.2. Model response curve to step disturbance

Для получения данной кривой использовался следующий прием. Клетки постоянно генерировались на входе в исследуемую зону, и подсчитывались на выходе. На оси абсцисс графика расположено время, на оси ординат – количество частиц, покинувших зону, нормированное на еди-

ницу. Полученные в эксперименте точки аппроксимированы экспоненциальной функцией.

На рис. 3 показан отклик дискретной модели на импульсное возмущение. Параметры процесса описаны выше.

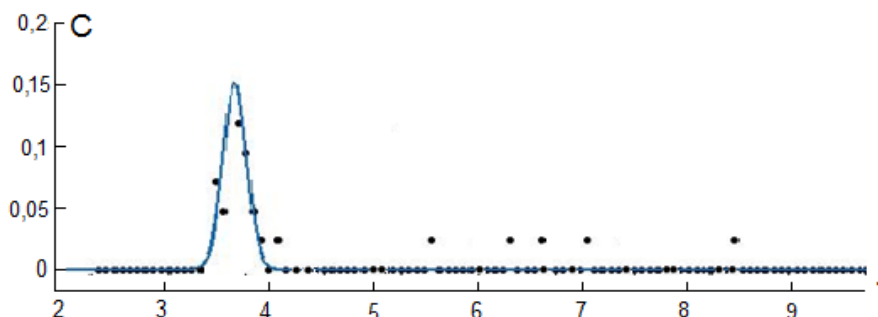


Рис. 3. Кривая отклика модели на импульсное возмущение
Fig.3. Model response curve to impulse disturbance

При получении этой кривой клетки на входе в исследуемый объем генерировались однократно. При аппроксимации полученных точек использовалась функция Гаусса.

Представляет интерес сравнить полученные результаты с теми же показателями для моделей, описываемых уравнениями (1) – (3). Анализ показывает, что функции отклика предлагаемой модели достаточно похожи на аналогичные показатели диффузионных моделей (2) и (3). Очевидно, это связано с тем фактом, что использованный в алгоритме способ моделирования стохастической составляющей вектора скорости, аналогичен одному из подходов описания диффузии [16].

При экспериментальном исследовании по-

токов сплошной среды часто используют визуализацию течения. Этот метод помогает анализировать траектории движения частиц в потоке. В отличие от физического эксперимента, требующего введения в объем аппарата специальных веществ – трассеров, дискретная компьютерная модель легко позволяет проследить изменение положения отдельной клетки в процессе эволюции системы.

На рис. 4 представлены реализации траекторий движения клеток, которые начинали движение из различных точек поперечного сечения трубки. Направление движения потока – слева направо. Продолжительность движения потока равна 4,5 с, остальные параметры были аналогичны приведенным выше примерам.

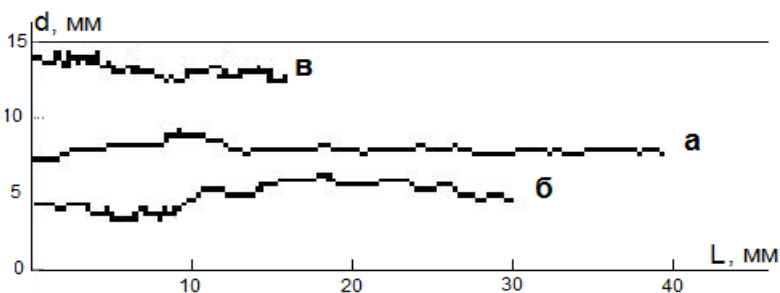


Рис. 4. Траектории движения клеток в потоке
Fig.4. Trajectories of cell movement in a flow

Анализ результатов, представленных на рис.4 показывает, что скорости отдельных клеток меняются по величине и направлению. При этом клетки, находящиеся в начальный момент на оси потока (рис. 4а), проходят более длинный путь и испытывают меньшее влияние случайных воздействий. При удалении исходной точки от оси (рис. 4б) клетка проходит меньший путь.

И, наконец, если движение начинается около стенки (рис. 4в), то траектория становится весьма искривленной, клетка движется медленно, постоянно меняет направление. Неравномерность распределения скоростей потока по сечению также подтверждается результатами исследования профиля фронта движения потока. Они представлены на рис. 5.

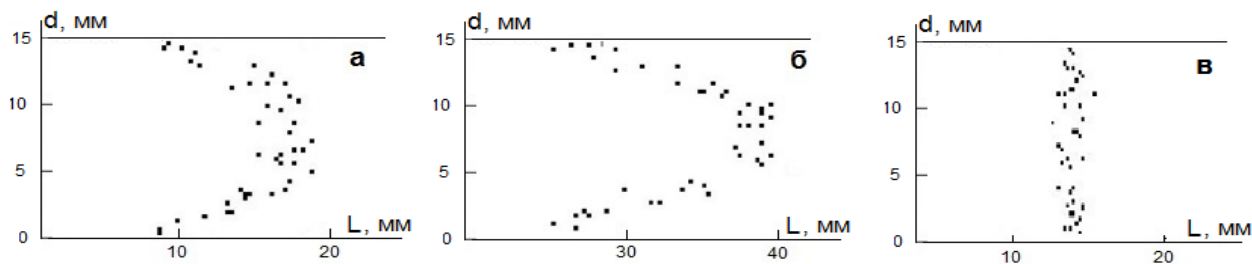


Рис. 5. Визуализация профилей скорости потока:

а), б) – дискретная модель, средняя скорость 0,0075 м/с; и – 0,015 м/с соответственно;
в) – диффузионная модель средняя скорость 0,0075 м/с.

Fig.5. Visualization of flow velocity profiles:

а),б) – discrete model, average speed 0.0075 m/s; and – 0.015 m/s, respectively; в) – diffusion model, average speed 0.0075 m/s.

Из рис. 5а и 5б заметно, что фронт движения в дискретной модели имеет форму, близкую к параболической, но он размыт случайным перемещением клеток. При этом, естественно, скорость движения увеличивается с ростом средней скорости потока и убывает по мере удаления от оси потока к стенкам аппарата. На рис. 5в для сравнения приведен профиль скорости потока для диффузионной модели. Видно, что хаотическое перемешивание элементов здесь присутствует, однако средняя скорость среды постоянна по сечению потока. Еще одним достоинством дискретного подхода является достаточно простая возможность наглядно рассмотреть динамику потока в аппарате. Для этого достаточно представить ряд последовательных состояний системы по шагам дискретного времени. Поскольку печатное издание не позволяет такую демонстрацию, на рис. 6 приведен отдельный кадр возможного видеоряда.

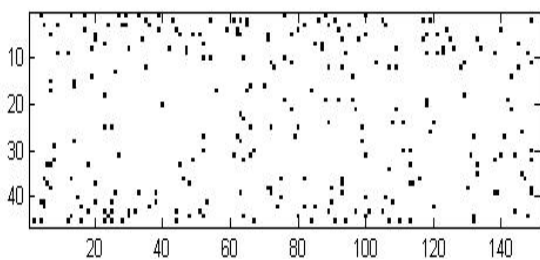


Рис. 6 Визуализация одного из возможных состояний системы

Fig.6. Visualization of one of the possible states of the system

Рис. 6 иллюстрирует распространение клеток и их локализацию в аппарате в установившемся режиме при средней скорости потока 0,015 м/с. Приведенные результаты показывают, что по мере продвижения в аппарате доля клеток в пристеночных зонах увеличивается, то есть там они находятся дольше, чем в районе центральной оси.

Такие эффекты полезно учитывать при конструировании технологического оборудова-

ния, когда время пребывания вещества в рабочей зоне становится важным фактором эффективности работы аппарата.

ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

В целом, следует отметить, что результаты, описанные в работе, не противоречат классической теории процессов течения сплошных сред. Рассматривая правомерность гипотезы о наличии двух составляющих скорости каждой клетки системы, можно указать следующее. Детерминированная составляющая получена на основе фундаментального закона гидродинамики, что свидетельствует о ее достоверности. Принятая в данной дискретной модели стохастическая составляющая скорости, определяется в соответствии с подходами, которые широко используются в физике для описания движения микрочастиц [16] и поэтому также может считаться корректной.

Кроме того, проведенное сравнение предлагаемой дискретной стохастической модели с наиболее близкой по характеристикам диффузионной моделью позволяет отметить следующее. Они обе предполагают наличие в них двух механизмов движения элементарных объемов в потоке: основного – в направлении потока и перемешивающего – локального. Но на этом сходство в подходах заканчивается. В предлагаемой дискретной модели скорость в осевом направлении уменьшается по мере приближения к стенкам аппарата. Это представляется более правдоподобным, чем поршневой режим, принятый в диффузионной модели, где данная компонента скорости постоянна по всему поперечному сечению. В диффузионной модели локальное перемешивание описывается уравнением, которое аналогично первому закону Фика для молекулярной диффузии. В дискретной модели авторы непосредственно используют статистический подход, рассматривая диффузию, как процесс случайных блужда-

ний микрочастиц. С точки зрения необходимости определения параметров, определяющих перемещение, модели можно считать равноценными. Так при идентификации диффузионной модели значения условных коэффициентов диффузии обычно находятся в результате предварительных экспериментов. При работе с дискретной моделью нами использовалась гипотеза об одинаковой вероятности перемещения частицы в каждом из возможных направлений. Однако, более точно определить искомые вероятности можно также экспериментально. Следует добавить, что при использовании современных вычислительных средств дискретная модель, в силу своей специфики, достаточно легко распараллеливается и удобна в плане визуализации и компьютерной анимации. Сказанное выше позволяет сделать выводы о перспективности использования предла-

гаемого подхода для моделирования течений сплошной среды в различных видах технологического оборудования. Рассмотренная дискретная модель может также применяться для исследования неоднородных потоков, движущихся силовых полях другой природы – гравитационных, электрических, магнитных и пр. Физическая простота исходных предпосылок и наглядность реализации результатов позволяют рекомендовать дискретные стохастические модели в педагогической практике при изучении соответствующих инженерных дисциплин в учреждениях высшего и среднего специального образования.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов, требующего раскрытия в данной статье.

The authors declare the absence a conflict of interest warranting disclosure in this article.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутепов А.М., Бондарева Т.И., Беренгартен М.Г. Общая химическая технология. М.: Ленанд, 2022. 512 с.
2. Жилин Ю.Н., Зарубина А.Н., Олиференко Г.Л. [и др.]. Инженерная химия. Химические реакторы. М.: МГУЛ, 2016. 140 с.
3. Звонарев С.В. Основы математического моделирования. Екатеринбург: Изд-во Урал. Ун-та, 2019. 112 с.
4. Балакирев В.С. [и др.]. Математическое моделирование технологических процессов. Ярославль: [Издат. дом Н. П. Пастухова], 2018. 352 с.
5. Кафаров В.В., Дорохов И.Н. Системный анализ процессов химической технологии. М.: Юрайт, 2018. 499 с.
6. Бандман О.Л. Клеточно-автоматные модели естественных процессов и их реализация на современных компьютерах. *Прикладная дискретная математика*. 2017. № 35. С. 102-121.
7. Bobkov S. P. Use of Discrete Approaches for Simulation the Basic Processes of Chemical Technology. *Russian Journal of General Chemistry*. 2021. Vol. 91, N 6. P. 1190-1197. DOI:10.1134/S1070363221080181
8. Бобков С.П., Галиаскаров Э.Г. Моделирование процесса теплопроводности с использованием систем клеточных автоматов. *Программные продукты и системы*. 2020. № 4. С. 641-650. DOI 10.15827/0236-235X
9. Бобков С.П., Астраханцева И.А. Особенности использования систем клеточных автоматов при моделировании основных процессов переноса. *Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение*. 2023. № 2(74). С. 49-59. DOI:10.6060/snt.20237402.0005
10. Бобков С.П., Астраханцева И.А. Использование вероятностных клеточных автоматов для моделирования течения жидкости. *Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение*. 2022. № 2(70). С. 47-54. DOI:10.6060/snt.20216703.0008
11. Бобков С.П., Астраханцева И.А. Дискретная стохастическая модель гидродинамики потока. *Моделирование систем и процессов*. 2023. № 2. С. 7-14. DOI: 10.12737/2219-0767-2023-16-2-7
12. Цивинский Д.Н. Приложение метода возмущений к исследованию структуры потоков в аппаратах подготовки и транспорта нефти и газа. Самара: СГТУ, 2012. 212 с.

REFERENECES

1. Kutevov A.M., Bondareva T.I., Berengarten M.G. General chemical technology. M.: Lenand, 2022. 512 p.
2. Zhilin Yu.N., Zarubina A.N., Oliferenko G.L. Engineering chemistry. Chemical reactors. M.: MGUL, 2016. 140 p.
3. Zvonarev S.V. Basics of mathematical modeling. Ekaterinburg: Ural Publishing House. Univ., 2019. 112 p.
4. Balakirev V.S. [et al.]. Mathematical modeling of technological processes. Yaroslavl: [Published. house of N.P. Pastukhov], 2018. 352 p.
5. Kafarov V.V., Dorokhov I.N. System analysis of chemical technology processes. M.: Yurayt, 2018. 499 p.
6. Bandman O.L. Cellular automata models of natural processes and their implementation on modern computers. *Applied discrete mathematics*. 2017. N 35. P. 102-121.
7. Bobkov S.P. Use of Discrete Approaches for Simulation of the Basic Processes of Chemical Technology. *Russian Journal of General Chemistry*. 2021. Vol. 91, N 6. P. 1190-1197. DOI:10.1134/S1070363221080181
8. Bobkov S.P., Galiaskarov E.G. Simulation of the heat conduction process using cellular automata systems. *Software products and systems*. 2020. N 4. P. 641-650. DOI 10.15827/0236-235X
9. Bobkov S.P., Astrakhantseva I.A. Peculiarities of using cellular automata systems in modeling basic transfer processes. *Modern high technology. Regional application*. 2023. N 2(74). P. 49-59. DOI:10.6060/snt.20237402.0005
10. Bobkov S.P., Astrakhantseva I.A. Using probabilistic cellular automata to simulate fluid flow. *Modern high technology. Regional application*. 2022. N 2(70). P. 47-54. DOI:10.6060/snt.20216703.0008
11. Bobkov S.P., Astrakhantseva I.A. Discrete stochastic model of flow hydrodynamics. *Modeling of systems and processes*. 2023. N 2. P. 7-14.
12. Tsvinsky D.N. Application of the perturbation method to the study of the structure of flows in oil and gas preparation and transport devices. Samara: SSTU, 2012. 212 p.

Поступила в редакцию (Received) 11.01.2024
Принята к опубликованию (Accepted) 13.02.2024