

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ
ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ**

Бобков С.П., Астраханцева И.А.

Бобков Сергей Петрович (ORCID 0000-0001-7315-1625), Астраханцева Ирина Александровна (ORCID 0000-0003-2841-8639)

Ивановский государственный химико-технологический университет,

г. Иваново, Россия. 153000, Ивановская область, г. Иваново, пр. Шереметевский, д. 7.

E-mail: bsp@isuct.ru, i.astrakhantseva@mail.ru

В статье представлены результаты применения систем вероятностных клеточных автоматов для моделирования процессов течения сплошной среды под действием давления. Использовалось предположение, что вектор скорости частиц потока состоит из двух компонентов - детерминированного и стохастического. Первый определялся в соответствии с основными положениями механики и законом Ньютона для вязкой среды. Для определения случайного компонента вектора скорости принимался принцип одинаковых шагов. Считалось, что направление данной составляющей скорости определяется случайным выбором из четырех ортогональных. Результаты численных экспериментов с моделью показали, что вид поля скоростей частиц и траекторий их движения более близки к действительным, по сравнению с моделями плоскопараллельного движения. В то же время, в отличие от классических подходов термодинамики, здесь не использовались сложные построения в виде дифференциальных уравнений с частными производными, что значительно упрощает процесс анализа и компьютерной визуализации потоков.

Ключевые слова: течение жидкости; дискретные модели гидродинамики; вероятностные клеточные автоматы.

USING PROBABILISTIC CELLULAR AUTOMATA FOR LIQUID FLOW SIMULATION

Bobkov S.P., Astrahanceva I.A.

Bobkov Sergej Petrovich (ORCID 0000-0001-7315-1625), Astrahanceva Irina Aleksandrovna (ORCID 0000-0003-2841-8639).

Ivanovo State University of Chemical Technology,

Ivanovo, Russia. 153000, Ivanovo region, Ivanovo, Sheremetevsky ave., 7.

E-mail: bsp@isuct.ru, i.astrakhantseva@mail.ru

The article presents the results of using systems of probabilistic cellular automata for modeling the processes of flow of a continuous medium under pressure. We used the assumption that the particle velocity vector of the flow consists of two components - deterministic and stochastic. The first was determined in accordance with the basic principles of mechanics and Newton's law for a viscous medium. To determine the random component of the velocity vector, the principle of identical steps was adopted. It was believed that the direction of a given velocity component is determined by a random choice of four orthogonal ones. The results of numerical experiments with the model showed that the form of the particle velocity field and the trajectories of their motion are closer to the real ones, in comparison with the models of plane-parallel motion. At the same time, in contrast to the classical approaches of thermodynamics, complex constructions in the form of partial differential equations were not used here, which greatly simplifies the process of analysis and computer visualization of flows.

Keywords: fluid flow; discrete models of hydrodynamics; probabilistic cellular automata.

АКТУАЛЬНОСТЬ

подавляющее большинство промышленных технологий протекают с использованием жидкостей и газов. При этом последние рассмат-

риваются как сплошные среды. Характер движения жидкостей и газов в значительной степени определяет основные параметры протекания тепловых, диффузионных и других процессов в про-

мышленном оборудовании. В этой связи изучение и анализ структуры потоков в аппаратах и трубопроводах является очень важной задачей.

Классический подход к исследованию движения сплошных сред предполагает использование уравнений гидродинамики, которые, как правило, выводятся следующим образом. К выделенному элементарному объему жидкости применяются основные законы механики, а далее обращаются к пределу при стремлении рассматриваемого объема к нулю. Другими словами, осуществляется переход от реальной дискретной среды, состоящей из большого числа отдельных частиц (молекул, атомов и пр.), к некоторой абстрактной сплошной среде, для которой и выводятся уравнения движения [1]. Основными из них считаются: уравнение неразрывности потока, являющееся следствием закона сохранения массы, и уравнения сохранения импульса в проекциях на оси координат. Уравнения движения, формально представляющие собой дифференциальные уравнения в частных производных, позволяют определить основные характеристики потока, такие, как скорость, давление и пр. в любой точке пространства, занятого жидкостью [2].

В то же время, решение общих уравнений движения является исключительно сложной задачей, которая успешно решается только для небольшого числа частных случаев. Поэтому на практике приходится упрощать постановку задачи путем введения целого ряда упрощающих допущений. Например, в ряде случаев пренебрегают вязкостью жидкости, считая ее идеальной, или наоборот, для жидкостей с большой вязкостью игнорируют ускорение. Достаточно часто отказываются от рассмотрения некоторых компонент вектора скорости. Такие приемы приводят к отбрасыванию в уравнениях движения некоторых членов, которые исследователь в данных условиях считает не существенными [3]. Это, безусловно, приводит к значительному упрощению решения задач исследования динамики потоков, но одновременно снижает адекватность используемых модельных представлений.

С учетом сказанного представляют интерес попытки использования дискретных и стохастических подходов к моделированию течения жидкостей. Одним из таких подходов следует считать применение дискретных динамических моделей [4]. Исследования в этом направлении проводятся достаточно давно, в частности, разработаны модели решеточных газов, в которых рассматривается движение отдельных виртуальных

частиц между узлами пространственной решетки. Поведение этих частиц, подчиняется установленным правилам движения и столкновения, что позволяет описывать эволюцию всей системы во времени [5]. Продолжением и развитием дискретного подхода к моделированию течений сплошной среды стала модель течения жидкости, основана на использовании дискретного аналога уравнения Больцмана. В ней исследуется не поведение каждой частицы в отдельности, а функция распределения плотности вероятности частиц по координатам и по скоростям [6]. Отдельную группу дискретных динамических моделей составляют системы клеточных автоматов. Ряд авторов предлагают использовать их, как универсальную вычислительную среду для решения классических уравнений математической физики [7]. Имеются примеры использования детерминированных клеточных автоматов для моделирования основных процессов переноса массы и энергии [8 - 10].

В отличие от моделей, основанных на гипотезе решеточных газов, модели, использующие системы клеточных автоматов позволяют оперировать не отдельными виртуальными микрочастицами, а элементарными объемами среды (клетками). Клетки содержат макроскопическое количество вещества достаточное для того, чтобы применять к ним привычные термодинамические понятия, такие как температура, вязкость, давление.

Очень важно отметить, что в системной иерархии моделей клеточные автоматы занимают уровень между классическими уравнениями движения и балансовыми соотношениями, поскольку в них сохраняется пространственное распределение параметров, но каждый отдельный элемент уже является целостной единицей с сосредоточенными свойствами [11]. Таким образом, клеточно-автоматные модели позволяют объединить информативность классических подходов с простотой балансовых уравнений.

В данной статье описывается возможность использования системы вероятностных клеточных автоматов для создания имитационной дискретной модели процесса течения жидкости.

МЕТОДИКА ПОЛУЧЕНИЯ МОДЕЛИ

Ранее нами было предложено описание течения жидкости в макроскопическом приближении с помощью системы детерминированных клеточных автоматов [12]. Полученная модель была успешно использована для исследования двумерного процесса течения вязкой несжимаемой жидкости под действием давления. Полученные профили скоростей для разгона и установившегося

ся течения жидкости в трубе полностью соответствовали представлениям классической гидродинамики, но результаты были получены без использования дифференциальных уравнений Навье-Стокса и уравнения неразрывности.

При этом следует отметить, что при выводе функциональных уравнений клеточно-автоматной модели было принято допущение о существовании только одной составляющей скорости, относительно осей координат. Другими словами, модель описывала плоско-параллельное течение Пуазейля, т.е. идеализированное течение вязкой среды. В то же время известно, что большинство реальных потоков жидкостей и газов в природе и технике характеризуются неоднородностью полей скорости, плотности и давления. Изменения указанных полей носят нерегулярный, случайный характер. В этой связи была сделана попытка усовершенствования использованного подхода путем добавления в него стохастических составляющих.

Методология клеточных автоматов предполагает следующее [13-15].

Рассматриваются элементарные макроскопические объемы среды (элементы, клетки), которые располагаются на двумерной прямоугольной (ортогональной) решетке, размером $X \times Y$. Положение отдельной клетки в решетке можно обозначить ее координатами $\mathbf{m} = \{(i,j): i = 0, 1, \dots, X, j = 0, 1, \dots, Y\}$, где $\mathbf{m} \in \mathbf{N}$, $\mathbf{N} = X \times Y$. Каждой клетке поставлен в соответствие автомат, который определяется своим состоянием $\mathbf{z} \in \mathbf{Z}$, где \mathbf{Z} - пространство допустимых состояний.

Теперь любую клетку-автомат можно определить, как пару $(\mathbf{z}, \mathbf{n}) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{N}$.

Моделирование поведения системы клеточных автоматов происходит по шагам дискретного времени. При этом реализуется следующая итерационная последовательность:

$$\mathbf{Z}(t+\tau) = \Psi[\mathbf{Z}(t)] \quad (1)$$

где Ψ - локальная функция переходов, определяющая новые состояния клеток;

t - время;

τ - шаг по времени.

При этом начальное состояние системы $\mathbf{Z}(0)$ должно быть полностью задано.

В ходе моделирования определение новых состояний выполняется на каждом шаге дискретного времени N раз – для каждой клетки системы.

Было принято, что векторы скорости движения элементов жидкости (клеток) состоят из двух компонентов. Первый определяется действием давления и направлен вдоль оси течения. Модуль этого компонента может быть рассчитан детерминированным способом. Направление второго компонента вектора скорости является случайным. Таким образом, полученная модель принимает вид системы вероятностных клеточных автоматов. Она является дискретной динамической системой и состоит из набора пространственных элементов (клеток), функционирующих в дискретном времени. При этом сохраняется важнейшая особенность клеточных автоматов – их локальность. То есть, поведение каждого элемента определяется его взаимодействиями с соседними элементами. Разбиение модельного пространства на конечное число элементов (схема клеточно-автоматной модели) представлена на рис 1.

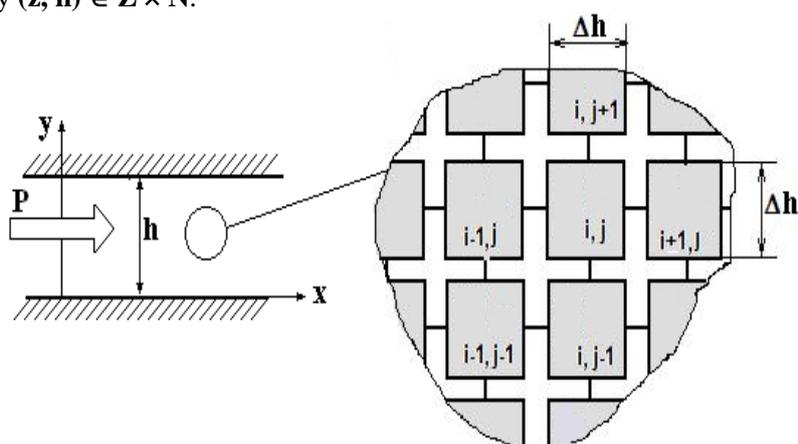


Рис. 1. Схема клеточно-автоматной модели вязкой жидкости
Fig. 1. Scheme of a cellular automaton model of a viscous fluid

Детерминированная часть модели

Расчет осевых компонентов вектора скорости производится с использованием зависимостей, основанных на общих законах и методах механики.

Полагая, что поведение каждого элемента описывается законом Ньютона для вязкой среды и, приняв деформацию элементов незначительной по сравнению с линейными размерами, можно найти выражение для касательного напряжения и,

$$v_{i,j}(k+1) = v_{i,j}(k) + \frac{\Delta t}{\rho \Delta h} \left[P + \mu \left(\frac{v_{i,j+1}(k) - 2v_{i,j}(k) + v_{i,j-1}(k)}{\Delta h} \right) \right], \quad (2)$$

где: v – скорость;

P – давление;

ρ – плотность среды;

μ – коэффициент динамической вязкости среды;

Δt – шаг по времени;

Δh – шаг по координатам; i и j дискретные координаты (номера) элементов в направлении осей x и y , соответственно.

далее, вычислить силы вязкого трения. Помимо них, на элемент действуют силы давления. Далее из условия равновесия сил можно найти ускорение и, соответственно, скорость каждого элемента в направлении оси потока (согласно рис. 1 по оси x). Подробно процесс вывода расчетных зависимостей описан в [12]. Окончательное выражение для функции переходов Ψ в уравнении (1), в данном конкретном случае следующее.

Выражение (2) позволяет рассчитать скорости каждого элемента на $(k+1)$ -м шаге по времени и справедливо для внутренних клеток системы

Для элементов, соприкасающихся со стенками:

При $j = 1$:

$$v_{i,1}(k+1) = v_{i,1}(k) + \frac{\Delta t}{\rho \Delta h} \left[P + \mu \left(\frac{v_{i,2}(k) - v_{i,1}(k)}{\Delta h} \right) \right] \quad (3)$$

При $j = n$:

$$v_{i,n}(k+1) = v_{i,n}(k) + \frac{\Delta t}{\rho \Delta h} \left[P + \mu \left(\frac{v_{i,n-1}(k) - v_{i,n}(k)}{\Delta h} \right) \right] \quad (4)$$

Выражения (2–4) представляют собой локальные функции переходов каждого элементарного автомата системы на каждом шаге по времени, и позволяют анализировать детерминированную составляющую скорости элементов.

Стохастическая часть модели

Для определения случайных составляющих вектора скорости элементов можно использовать модель одинаковых шагов [16]. Здесь рассматривается перемещение макроскопического объема среды между соседними уз-

лами. При этом считается, что макрочастица преодолевает расстояние Δh за один шаг дискретного времени τ . То есть, модуль данного компонента скорости равен единице, а его направление для каждой клетки определяется случайным выбором соседней клетки, в сторону которой будет осуществляться движение. Для такого выбора можно применить следующий оператор.

$$n(i, j) \rightarrow n(k) \quad , \text{ где } k = \begin{cases} (i, j+1) & \text{если } 0 < r \leq d_1 \\ (i+1, j) & \text{если } d_1 < r \leq d_1 + d_2 \\ (i, j-1) & \text{если } d_1 + d_2 < r \leq d_1 + d_2 + d_3 \\ (i-1, j) & \text{если } d_1 + d_2 + d_3 < r \leq 1 \end{cases} \quad (5)$$

где r – случайное число, равномерно распределенное в диапазоне $[0 \div 1]$;

d_i – вероятности движения в соответствующем направлении.

Значения вероятностей d_i можно определить, используя подходы статистической физики. В простейшем случае $d_1 = d_2 = d_3 = 0,25$.

Затем детерминированный и вероятностный компоненты складываются, образуя результирующий вектор скорости конкретной клетки. Указанные операции повторяются необходимое количество раз, чтобы в них приняли участие все элементы клеточного массива. Далее операции повторяются по шагам дискретно-

го времени, что дает возможность рассмотреть эволюцию системы.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Компьютерное моделирование процесса с использованием описанного выше алгоритма позволило получить следующие результаты. Как и ожидалось, наличие случайных составляющих довольно значительно искажает идеальную картину процесса. На рис. 2. представлено несколько реализаций профиля скорости в

установившемся режиме движения жидкости. Исходные параметры взяты для воды при 20С. Давление составляло 0.8 Па, внутренний размер трубки – 0.01 м. Дискретизация пространства проведена с шагом 0.5 мм. Значение вероятностей d_i в операторе (5) зависело от значения модуля осевой скорости. Вследствие вероятностного характера процесса каждая реализация алгоритма моделирования является случайной.

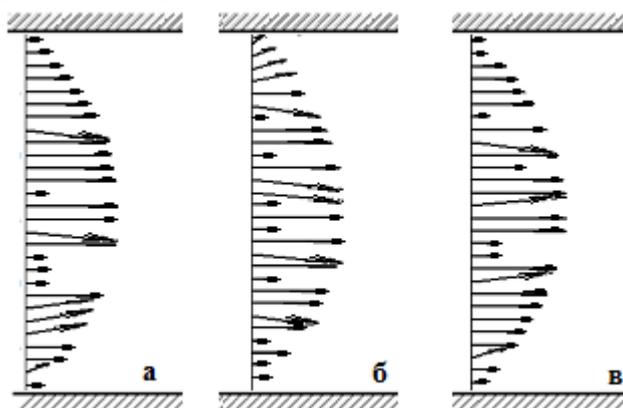


Рис. 2. Возможные векторы скоростей потока жидкости
Fig. 2. Possible fluid flow velocity vectors

Иллюстрации показывают значительное довольно большое влияние случайных составляющих вектора скорости, однако, в целом параболический характер профиля достаточно хорошо просматривается. Этот факт также подтверждается тем обстоятельством, что попытка вычислить средние значения скоростей отдельных клеток при достаточно большом числе ре-

ализаций показала приближение к профилю течения Пуазейля.

При исследовании потоков сплошной среды, особенно для визуализации течения часто используют анализ траектории движения отдельной частицы в пространстве. Дискретная модель легко позволяет проследить отдельной клетки в общем потоке.

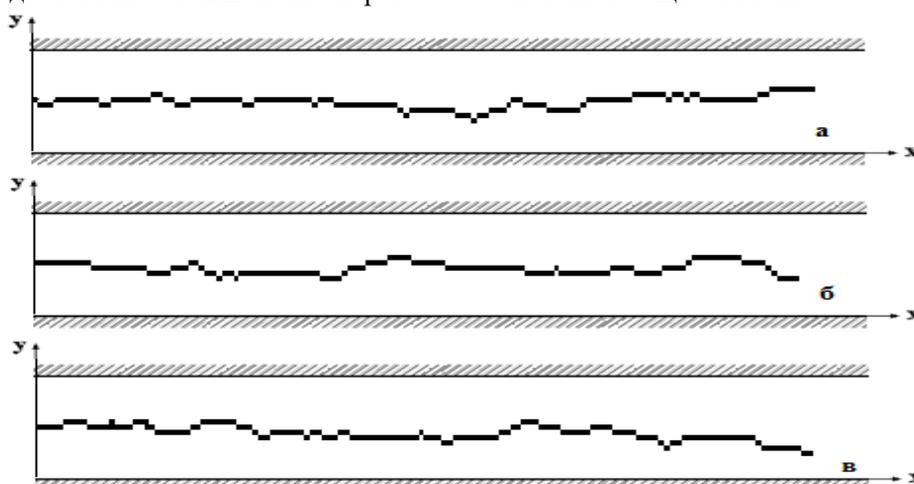


Рис. 3. Возможные траектории частицы. Исходная точка лежит на оси потока
Fig. 3. Possible particle trajectories. The starting point lies on the flow axis

На рис. 3–5 представлены реализации траекторий движения клеток (частиц), которые

«стартовали» из различных точек поперечного сечения трубки.

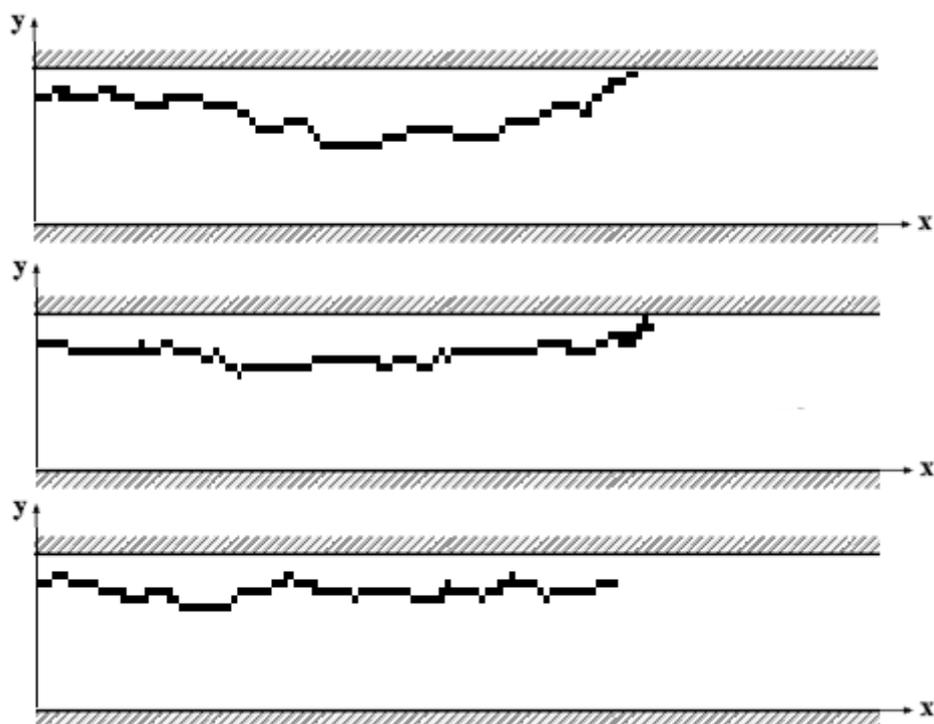


Рис. 4. Возможные траектории частицы. Исходная точка расположена ближе к стенке
Fig. 4. Possible particle trajectories. The starting point is closer to the wall

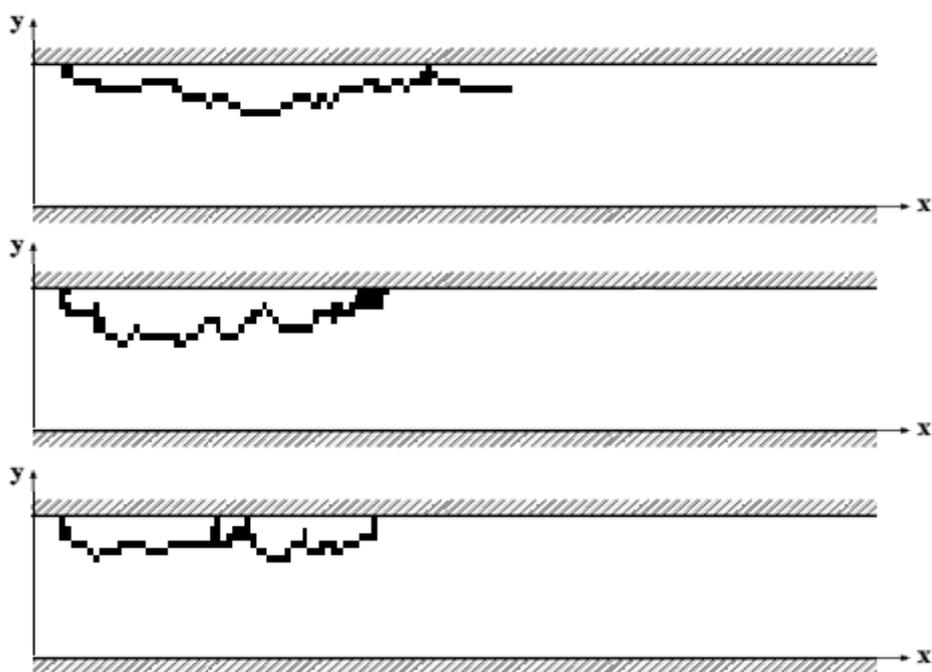


Рис. 5. Возможные траектории частицы. Исходная точка расположена на стенке
Fig. 5. Possible particle trajectories. The starting point is located on the wall

Нетрудно заметить, что все иллюстрации указывают на неустановившийся режим движения, поскольку скорость клеток постоянно меняется по направлению и величине. Клетки, находящиеся в начальный момент близко к оси трубки испытывают меньшее влияние случайных возмущений и проходят более длинный путь. При удалении начальной точки от стенки у клеток наблюдается значительное искривление траектории. Клетки, исходящие от стенки объекта, движутся медленно, постоянно меняют направление движения, вплоть до противоположного.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что использование дискретных макроскопических моделей течения жидкости, позволяет получить более реалистичные картины процесса по сравнению моделью Пуазейля. В этой связи данный подход можно рекомендовать для разра-

ботки более совершенных, в том числе имитационных методов моделирования некоторых видов технологического оборудования. Кроме того, описанный подход может быть полезным для визуализации гидродинамических явлений при изучении ряда разделов соответствующих дисциплин в учебных заведениях.

В качестве недостатка предложенного подхода можно считать трудности, возникающие при определении конкретных значений вероятностей случайных перемещений. Одним из путей решения этого вопроса, помимо применения положений статистической физики, можно считать использование опытных данных.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов, требующего раскрытия в данной статье.

The authors declare the absence a conflict of interest warranting disclosure in this article.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баранов Д.А., Вязьмин А.В., Гухман А.А. [и др.]. Процессы и аппараты химической технологии. В 5 т. Т. 1. Основы теории процессов химической технологии. М.: Логос, 2000. 480 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987, 840 с.
3. Иванов Б.Н. Мир физической гидродинамики. М.: УРСС, 2010, 240 с.
4. Бандман О.Л. Мелкозернистый параллелизм в математической физике. *Программирование*, 2001. № 4. С. 1-17. DOI: 10.31857
5. Mareschal M. Microscopic Simulations of Complex Flows. Springer Science & Business Media, 2012. 355 p.
6. Wolf-Gladrow D. Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models: An Introduction. Editors: A. Dold, Heidelberg, F. Takens, Groningen, B. Teissier, Paris, 2005. 302 p.
7. Тoffоли Т., Марголюс Н. Машины клеточных автоматов. пер. с англ. – М.: Мир, 1991, 280 с.
8. Бобков С.П. Моделирование основных процессов переноса с использованием клеточных автоматов. *Изв. вузов. Химия и хим. Технология*. 2009. Т. 52. № 3. С. 109–114.
9. Bobkov S, Galiaskarov E and Astrakhantseva I The use of cellular automata systems for simulation of transfer processes in a non-uniform area. 2021, CEUR Workshop Proceedings 2843
10. Bobkov S. P. Use of Discrete Approaches for Simulation the Basic Processes of Chemical Technology. *Russian Journal of General Chemistry*, 2021, Vol. 91, N 6, P. 1190–1197.
11. Бобков С.П., Астраханцева И.А., Галиаскаров Э.Г. Применение системного подхода при разработке математических моделей. *Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение*, 2021, № 1(65). С. 66–71. DOI:10.6060/snt.20216703.0009
12. Бобков С.П. Моделирование плоско-параллельного течения жидкости с использованием теории клеточных автоматов. *Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение*, 2008. № 3(15), С. 59–63.
13. Bobkov S.P., Astrakhantseva I.A. The use of multi-agent systems for modeling technological processes // *Journal of Physics: Conference Series.2. Сер. "International Scientific and Practical Conference "Information Technologies and Intelligent Decision-Making Systems, ITIDMS-II 2021"* 2021. С. 012002.

REFERENECES

1. Baranov D.A., Vyaz'min A.V., Guhman A.A. [i dr.]. Processes and apparatuses of chemical technology. V 1. Fundamentals of the theory of processes of chemical technology. M.: Logos, 2000, 480 p. (in Russian).
2. Lojcyanskij L.G. Mechanics of liquid and gas. M.: Nauka, 1987, 840 p. (in Russian).
3. Ivanov B. N. The world of physical hydrodynamics. M.: URSS, 2010, 240 p. (in Russian).
4. Bandman O.L. Fine-grained parallelism in mathematical physics. *Programmirovaniye*, 2001. N 4. P. 1-17. (in Russian). DOI: 10.31857
5. Mareschal M. Microscopic Simulations of Complex Flows. Springer Science & Business Media, 2012. 355 p.
6. Wolf-Gladrow D. Lattice-Gas Cellular Automata and Lattice Boltzmann Models: An Introduction. Editors: A. Dold, Heidelberg, F. Takens, Groningen, B. Teissier, Paris, 2005. 302 p.
7. Toffoli T., Margolus N. Cellular automata machines. – M.: Mir, 1991, 280 s. (in Russian).
8. Bobkov S.P. Simulation of basic transfer processes using cellular automata. *Izv. vuzov. Himiya i him. tekhnologiya*, 2009, T.52, N 3, P. 109-114. (in Russian). DOI: 10.6060/ivkkt.
9. Bobkov S, Galiaskarov E and Astrakhantseva I The use of cellular automata systems for simulation of transfer processes in a non-uniform area. 2021, CEUR Workshop Proceedings 2843
10. Bobkov S.P. Use of Discrete Approaches for Simulation the Basic Processes of Chemical Technology. *Russian Journal of General Chemistry*, 2021, Vol. 91, N 6, P. 1190–1197.
11. Bobkov S.P., Astrahanceva I.A., Galiaskarov E.G. Application of a systematic approach in the development of mathematical models. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii. Regionalnoe prilozhenie*, 2021. N 1(65). P. 66-71. (in Russian). DOI:10.6060/snt.20216703.0009
12. Bobkov S.P. Simulation of a plane-parallel fluid flow using the theory of cellular automata. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii. Regionalnoe prilozhenie*, 2008. N 3(15), P. 59-63. (in Russian).
13. Bobkov S.P., Astrakhantseva I.A. The use of multi-agent systems for modeling technological processes // *Journal of Physics: Conference Series.2. "International Scientific and Practical Conference "Information Technologies and Intelligent Decision-Making Systems, ITIDMS-II 2021"* 2021. C. 012002.

14. **Бобков С.П., Галиаскаров Э.Г.** Моделирование процесса теплопроводности с использованием систем клеточных автоматов. *Программные продукты и системы*. 2020. № 4. С. 641–650. DOI 10.15827/0236-235X
15. **Галиаскаров Э. Г., Бобков С.П., Трифонова А.А.** Использование BPM-систем для повышения эффективности бизнес-процессов. *Известия высших учебных заведений. Серия: Экономика, финансы и управление производством*. – 2019. № 1(39). С. 38-44.
16. **Кириченко Н.А.** Термодинамика, статистическая и молекулярная физика. М.: Физматлит, 2012. 192 с.
17. **Astrakhantseva, I.A.** Randomized C/C++ dynamic memory allocator / I. A. Astrakhantseva, R. G. Astrakhantsev, A. V. Mitin // *Journal of Physics: Conference Series* : 2, Moscow, 01 июля 2021 года. – Moscow, 2021. – P. 012006. – DOI 10.1088/1742-6596/2001/1/012006. – EDN POZQDG.
18. **Astrakhantseva, I.A.** Transfer learning for road-based location classification of non-residential property / L. Mizgirev, E. Galiaskarov, I. Astrakhantseva [et al.] // *CEUR Workshop Proceedings, Moscow, 20.01.2021*. – Moscow, 2021. – EDN NQTBDE
14. **Bobkov S.P., Galiaskarov E.G.** Simulation of the heat conduction process using of cellular automata systems. *Programmnye produkty i sistemy*. 2020. N 4. P. 641 650. (in Russian). DOI 10.15827/0236-235X
15. **Galiaskarov E. G., Bobkov S.P., Trifonova A.A.** The use of BPM systems to improve the efficiency of business processes. *News of higher educational institutions. Series: Economics, Finance and Production Management*. 2019 № 1(39). Pp. 38-44.
16. **Kirichenko N.A.** Thermodynamics, statistical and molecular physics. M.: Fizmat-lit, 2012. 192 p. (in Russian).
17. **Astrakhantseva, I.A.** Randomized C/C++ dynamic memory allocator / I. A. Astrakhantseva, R. G. Astrakhantsev, A. V. Mitin // *Journal of Physics: Conference Series* : 2, Moscow, 01.07.2021. – Moscow, 2021. – P. 012006. – DOI 10.1088/1742-6596/2001/1/012006. – EDN POZQDG.
18. **Astrakhantseva, I.A.** Transfer learning for road-based location classification of non-residential property / L. Mizgirev, E. Galiaskarov, I. Astrakhantseva [et al.] // *CEUR Workshop Proceedings, Moscow, 20.01.2021*. – Moscow, 2021. – EDN NQTBDE