

УДК. 510.3.519.816

## НЕЧЕТКАЯ ИГРА С «ПРИРОДОЙ» КАК МОДЕЛЬ ПРИНЯТИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

В. Г. Чернов

*Владимирский государственный университет*

Игры с «природой» являются одним из вариантов математической формализации задачи принятия экономических решений. Классические методы, ориентированные на точечные числовые оценки последствий возможных решений, не позволяют в полной мере отразить неопределенности, имеющие место в реальных ситуациях принятия решений. Одним из возможных путей решения данной задачи является применение аппарата теории нечетких множеств. Предлагается метод нахождения наилучшего решения в условиях, когда неопределенности исходных данных представляются нечеткими лингвистическими утверждениями, формализуемыми нечеткими множествами. При этом интегральная оценка последствий возможных получена не путем свертки оценок, соответствующих отдельным состояниям внешней среды, при которой возможна потеря информации, а путем построения эквивалентного нечеткого множества. Предлагаемый метод не требует сложных математических преобразований, легко может быть реализован программно в качестве компоненты системы поддержки принятия решений.

**Ключевые слова:** неопределенность, игра с природой, платежная матрица, нечеткое множество, нечеткое число, функция принадлежности.

Большое количество задач, относящихся к различным областям практической деятельности:

- утилизация атомных подводных лодок [1];
- управление инновациями в ЖКХ[2];
- выбор оптимальной цены продукции [3];
- выбор технологии обработки запросов в информационных системах [4];
- принятие инвестиционного решения [5];
- определение наиболее выгодного места для производства [6]

характеризуются тем, что процесс принятия решений осуществляется при наличии неопределенностей как в отношении определения параметров, ситуации, требующей принятия решений, так и в оценке последствий выбранного варианта действий.

В математической постановке такие задачи формулируются как игры с «природой», особенностью которых является наличие двух сторон, рационально дей-

ствующего лица, принимающего решения (статистика), и некоторой совокупности условий, в общем случае не полностью определенных, в которых приходится принимать решение, которые и определяются как «природа». Выбор наилучшего, из множества возможных, решения является задачей рационального участника игры.

Формальная модель игры с «природой» может быть представлена следующим образом

$$G = \{X, S, P, M\} \quad (1)$$

где  $X = \{x_i : i = \overline{1, I}\}$  – множество возможных решений (стратегий) рационального участника игры (статистика);

$$S = \{s_j : j = \overline{1, J}\} \text{ – множество}$$

состояний «природы»;

$$P = \{p_j : j = \overline{1, J}\} \text{ – распределе-}$$

ние вероятностей на пространстве состояний «природы»,  $\sum_j p_j = 1$ ;

$M = \|m_{ij}\|$  – оценочная (платежная) матрица,  $m_{ij}$  – оценка последствия принятия  $i$ -го решения в условиях  $j$ -го состояния «природы».

Классические методы нахождения наилучшего решения в играх с «природой» (критерий Байеса, Лапласа, Гурвица, Гермейера и др.) рассчитаны на работу с точечными, числовыми значениями элементов оценочной матрицы и вероятностей состояний природы, по существу, игнорируют неопределенность оценочной матрицы.

Очевидно, что в этих условиях модель (1) представляет собой приближительное отображение реальной ситуации принятия решений, т.к. не всегда имеется возможность доказать полноту множества состояний «природы» и, как следствие, распределение вероятностей будет определено тоже приближительно. Точно также не возможно объективно доказать полноту множества стратегий статистика, т. к. при составлении этого множества существенную роль играют его субъективные предпочтения. Трудности и неопределенности, которые будут иметь место при составлении оценочной матрицы, подробно рассмотрены в [5].

Вполне обосновано в этих условиях предполагать, что значения элементов оценочной матрицы будут приближенными.

#### Постановка задачи

В настоящее время известно большое количество работ по решению различных задач исследования операций, в которых для учета неопределенностей в оценках последствий принимаемых решений элементы оценочной (платежной) матрицы представляются в нечеткой форме [3,5-12]. Необходимо отметить, что большинство этих работ рассматривает нечеткие антагонистические игры [7-12].

В отличие от антагонистических, в играх с природой кроме платежной матрицы необходимо задать и распреде-

ление вероятностей на пространстве состояний природы. Если рассматривать игру с природой в нечеткой постановке, то возможно несколько вариантов, зависящих от субъективных представлений лиц, формирующих игру (задачу). Если перебрать все возможные комбинации, то получим следующие варианты:

а) элементы платежной матрицы и значения вероятностей состояний природы заданы в виде нечетких чисел;

б) элементы платежной матрицы заданы в виде нечетких чисел, значения вероятностей точечные числа;

в) элементы платежной матрицы точечные числа, значения вероятностей состояний природы заданы в виде нечетких;

г) элементы платежной матрицы заданы в виде лингвистических оценок (например, большой, средний, незначительный), формализуемых нечеткими множествами, значения вероятностей точечные числа;

д) элементы платежной матрицы - точечные числа, значения вероятностей заданы в форме лингвистических оценок (маловероятно, вероятно, очень вероятно);

е) элементы платежной матрицы и значения вероятностей заданы в форме лингвистических оценок.

Необходимо отметить два очевидных затруднения:

- лица, формулирующие задачу, должны определить, какой из перечисленных вариантов наиболее адекватен ситуации, требующей принятия решений. К сожалению, дать какие-то строгие в математическом отношении рекомендации не возможно;

- каждый из перечисленных вариантов предполагает свой метод решения, что потребует определенной математической подготовки от участников процесса решения. На качественном уровне можно выделить наиболее близкие практическим задачам варианты. Если ориентироваться на трудности построения платежных матриц,

отмеченные в [5], то наиболее интересными с точки зрения отражения условий ситуаций принятия решений можно считать варианты а), б), г), е). Как уже отмечалось, каждый из них требует свой метод решения, рассмотрение которых привело бы к значительному увеличению объема предлагаемой работы. Поэтому в дальнейшем ограничимся рассмотрением ситуации г).

Решение задачи

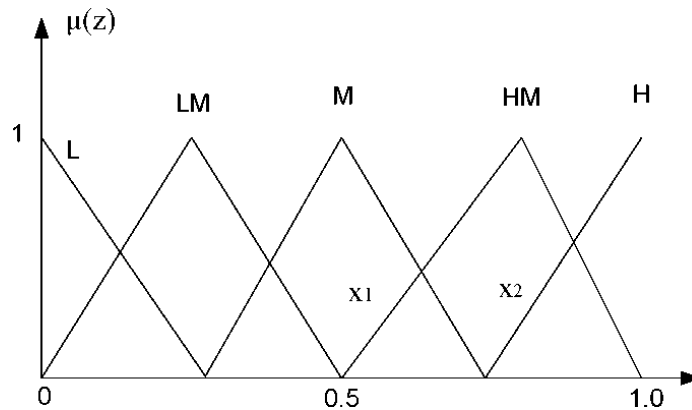


Рис.1 Функции принадлежности нечетких оценок

$$M = \{\mu_L(z), \mu_{LM}(z), \mu_M(z), \mu_{NM}(z), \mu_H(z) : z \in [0,1]\} \tag{2}$$

Выбор треугольных функций принадлежности объясняется только простотой графических представлений и не влияет на общность полученных результатов.

При построении платежной матрицы каждому альтернативному решению  $x_i \in X$  и каждому состоянию природы  $s_j \in S$  будет поставлено в соответствие множество нечетких лингвистических оценок

$$M_i = \{\mu_{ij}(z) : j = \overline{1, J}, i = \overline{1, I}\},$$

где  $\mu_{ij}(z)$  принадлежит множеству (2). Кроме этого, необходимо задать распределение вероятностей на пространстве состояний природы

$$P = \{p_j : j = \overline{1, J}\}, \sum_j p_j = 1.$$

Предположим для определенности, что некоторая ситуация, требующая

Предположим, что для элементов платежной матрицы задан терм множество лингвистических оценок  $T = \{L$  (низкое значение),  $LM$  (ниже среднего),  $M$  (среднее),  $NM$  (выше среднего),  $H$  (высокое)}. Эти оценки формализуются нечеткими множествами в простейшем случае с треугольными функциями принадлежности (ФП).

принятия решения, представлена как игра с природой (табл. 1).

Таблица 1

Исходные данные

	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$
$X/P$	0.2	0.4	0.3	0.1
$x_1$	$M$	$H$	$H$	$L$
$x_2$	$NM$	$H$	$M$	$NM$
$x_3$	$H$	$M$	$L$	$H$
$x_4$	$H$	$L$	$M$	$M$

В классической теории, когда элементы платежной матрицы и значения вероятностей состояний природы - точечные числа, для выбора наилучшей стратегии они сравниваются по значению интегральной оценки

$$q_i = \sum_j m_{ij} p_j \tag{3}$$

по всему множеству состояний природы (критерий Байеса). Нетрудно видеть, что значения  $p_j$  выполняют в соотношении (3) роль весовых коэффициентов, чем меньше значение вероятности, тем меньше будет вес соответствующего элемента платежной матрицы.

Очевидно, что использование соотношения (3) в ситуации, представленной табл.1 невозможно.

В тоже время необходимо найти способ учета влияния вероятностей состояний природы, не противоречащий аксиоматике теории нечетких множеств.

В работе [8] учет влияния вероятностей состояний природы предлагается путем усечения (клипирования) функций принадлежности соответствующих оценок (рис.2).

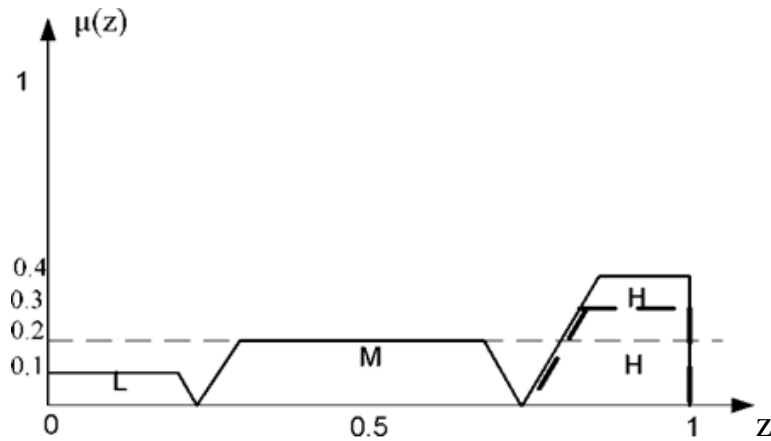


Рис.2 Результат клипирования ФП нечетких множеств, представляющих оценки последствий стратегии  $x_1$ .

Логика такого предложения вполне понятна, хотя и не рассматривалась авторами.

При вычислении интегральной оценки некоторой стратегии  $x_i$ , когда элементы платежной матрицы заданы в лингвистической форме, придется оперировать значениями соответствующих функций принадлежности. Очевидно, что изменение этих значений путем клипирования скажется на интегральной оценке анализируемой стратегии. Таким образом можно учесть влияние различных вероятностей состояний природы.

Следующим этапом будет вычисление интегральной оценки, характеризующей конкретное решение. В уже упоминавшейся работе [8], предлагается стандартное решение, вычислять интегральную оценку стратегий как объединение соответствующих лингвистиче-

ских. При этом объединение формализуется операцией  $\max$

$$s_i = \bigcup_{j=1}^J \mu_{ij}(z) = \max_j \mu_{ij}(z). \quad (4)$$

Применительно к рассматриваемой задаче, это предложение можно считать корректным только для частного примера, который приведен в [8], и для ситуации, когда нечеткие множества, представляющие соответствующие оценки, не пересекаются.

В общем случае, одна или несколько строк оценочной матрицы могут иметь одинаковые лингвистические оценки (табл.1). Тогда при использовании соотношения (4), среди одинаковых оценок произойдет поглощение оценки с меньшей вероятностью оценкой с боль-

шей, т.е. стратегия  $x_1$  будет анализироваться для состояний природы

$s_1, s_2, s_4, x_2 - s_1, s_2, s_3,$

$x_3 - s_1, s_2, s_3, x_4 - s_1, s_2, s_3.$  (таб.3, рис.3).

Таблица 3

### Изменение исходных данных после объединения

	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$s_4$
X/P	0.2	0.4	0.3	0.1
$x_1$	M	H	-	L
$x_2$	HM	H	M	-
$x_3$	H	M	L	-
$x_4$	H	L	M	-

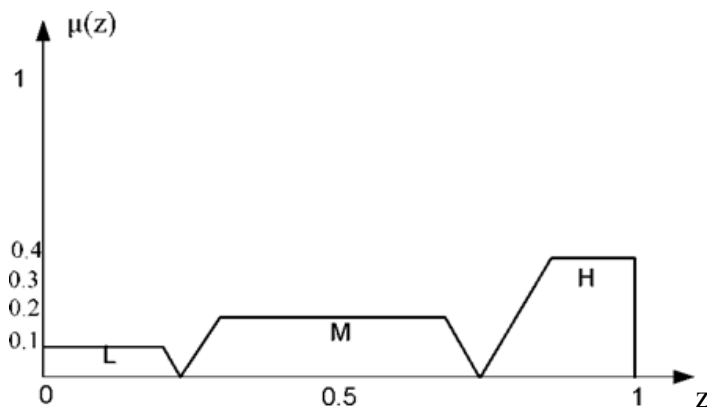


Рис.3 Результат применения объединения к оценкам последствия применения стратегии  $x_1$ .

Вполне очевидно различие между рис.3 и 4. Во-первых, фактически произошло изменение исходных условий задачи, во-вторых, стратегии будут анализироваться при различных сочетаниях состояний природы, что ставит под сомнение корректность получаемых решений.

При использовании операции  $\max$  по сути происходит потеря информации аналогично потери информации при формализации пересечения операцией  $\min$  [13]. Для операции  $\max$ , также как и для  $\min$ , существенным являются не конкретные значения функций принадлежности, а лишь соотношение между ними. В рассматриваемой задаче именно их значения будут играть существенную роль.

Изменение условий решения задачи при использовании соотношения (4) можно доказать и более строго. Известно, что для оценки сходства (близости) двух множеств, например в задачах классификации, распознавания образов, используется оценка расстояния между координатами центров тяжести этих множеств, как совокупностей материальных точек, поскольку центр тяжести является обобщенной и однозначно определяемой характеристикой таких совокупностей.

Функцию принадлежности тоже можно рассматривать как множество материальных точек и поэтому для нее также можно рассчитать координату центра тяжести. Если для примера, представленного табл.1, рассчитать координаты центра тяжести, до преобразования (4) и по-

сле его применения, получим различные результаты (табл.4), что дает повод сомневаться в эквивалентности исходной совокупности нечетких оценок и оценок, полученных в результате преобразования (4).

Таблица 4

**Значения координат центра тяжести CG – до операции объединения, CG<sub>U</sub> – после операции объединения.**

	CG	CG <sub>U</sub>
x <sub>1</sub>	0.706	0.617
x <sub>2</sub>	0.654	0.638
x <sub>3</sub>	0.491	0.417
x <sub>4</sub>	0.473	0.446

Другим вариантом доказательства, что преобразование (4) изменяет исходные условия решаемой задачи может послужить расчет точечных значений [14,15].

Для этого на основе  $\alpha$  - уровневого разбиения вычисляется среднее значение для элементов множества уровня  $\alpha$

$$M(A_\alpha) = \sum_{z_i \in [0,1]} z_i / n_\alpha \quad (5)$$

для всех  $z_i \in A_\alpha$  таких, что

$$(\mu_A(z_i) \geq \alpha.)$$

Точечное значение для множеств A

$$F(A) = \frac{1}{\alpha_{\max}} \int_0^{\alpha_{\max}} M(A_\alpha) d\alpha. \quad (6)$$

Изначально метод точечных значений использовался для задач многокритериального альтернативного выбора при нечетких оценках соответствия альтернатив заданной системе критериев на основе правил нечеткого условного вывода. Интегральные оценки альтернатив получаются в виде нечетких множеств, которые необходимо сравнить для выбора наилучшей альтернативы. Согласно этому методу наиболее предпочтительной альтернативе соответствует нечеткое множество с наибольшим точечным зна-

чением. Очевидно, что эквивалентные нечеткие множества должны иметь одинаковые точечные значения.

Расчеты по соотношениям (5,6) дали результаты (табл.5), которые также подтверждают нарушение исходных условий решения задачи в результате преобразования (4).

Таблица 5

**Значения точечных оценок: F(A) - до операции объединения, F(A)<sub>U</sub> - после операции объединения.**

	F(A)	F(A) <sub>U</sub>
x <sub>1</sub>	0.315	0.28
x <sub>2</sub>	0.3	0.305
x <sub>3</sub>	0.183	0.177
x <sub>4</sub>	0.151	0.137

Устранить указанные противоречия можно, если для вычисления интегральной оценки последствий применения тех или иных стратегий использовать преобразование Fzto Triangle, используемое в нечеткой электронной таблице FuziCalc [16]. Преобразование FztoTriangle заменяет произвольное нечеткое множество эквивалентным нечетким множеством с треугольной функцией принадлежности, у которой левая и правая границы, а также центр тяжести совпадают с аналогичными параметрами исходной функции принадлежности.

Преобразование FztoTriangle основано на достаточно простых соотношениях. Исходными данными для построения эквивалентного нечеткого множества с треугольной функцией принадлежности являются: границы носителей нечетких множеств соответствующей строки и координата центра тяжести всего набора этих нечетких множеств, которые обозначим как  $[z_{\min}, z_{\max}]$ ,  $z_{CG}$  - координата центра тяжести.

Треугольная функция принадлежности однозначно задается тройкой  $[z_L = z_{\min}, z^*, z_R = z_{\max}]$ , где  $z^*$  – неизвестная координата максимума функции принадлежности, который в данном случае определяется максимальным из значений функций принадлежности нечетких множеств соответствующей строки (стратегии) оценочной матрицы.

Значение  $z^*$  можно вычислить на основе известного соотношения для определения координаты центра тяжести треугольника с координатами вершин

$$[z_L = z_{\min}, z^*, z_R = z_{\max}]$$

$$z_{CG} = \frac{1}{3}(z_L + z^* + z_R). \tag{7}$$

При расчете по соотношению (7) при некоторых значениях  $z_L, z_{CG}, z_R$  может быть получено значение  $z^* > z_R$ , что невозможно по условиям определения функции

принадлежности. Поэтому при вычислении значения  $z^*$  необходимо ввести соответствующее ограничение.

$$\text{Тогда } z^* = \begin{cases} 3z_{CG} - (z_L + z_R), z^* < z_R \\ z^* = z_R, z^* \geq z_R \end{cases}.$$

Возможна и другая ситуация, когда при расчете по соотношению (7) для некоторой комбинации значений  $z_L, z_{CG}, z_R$ , будет получено, что  $z^* < z_L$ , что также невозможно по условиям построения функций принадлежности. В этом случае должно быть введено следующее ограничение

$$z^* = \begin{cases} 3z_{CG} - (z_L + z_R), z^* < z_R \\ z^* = z_L, z^* \leq z_L \end{cases}.$$

Таким образом, возможный результат применения некоторой стратегии  $x_k$ , может быть представлен эквивалентным нечетким множеством

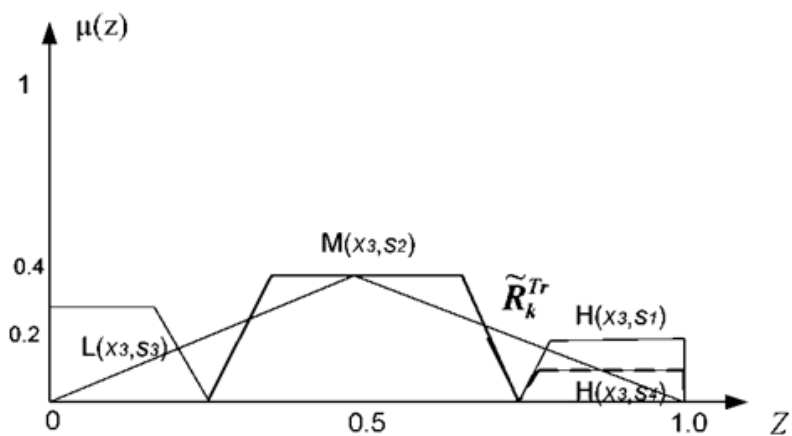
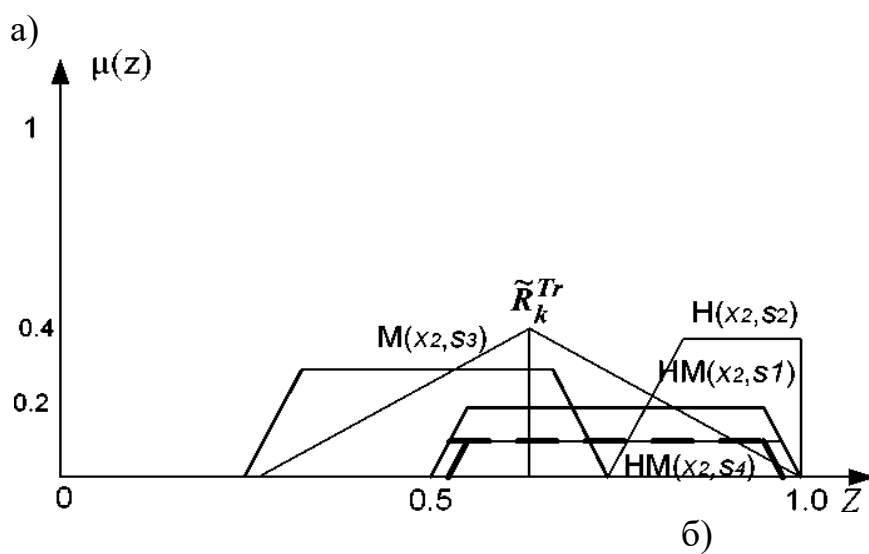
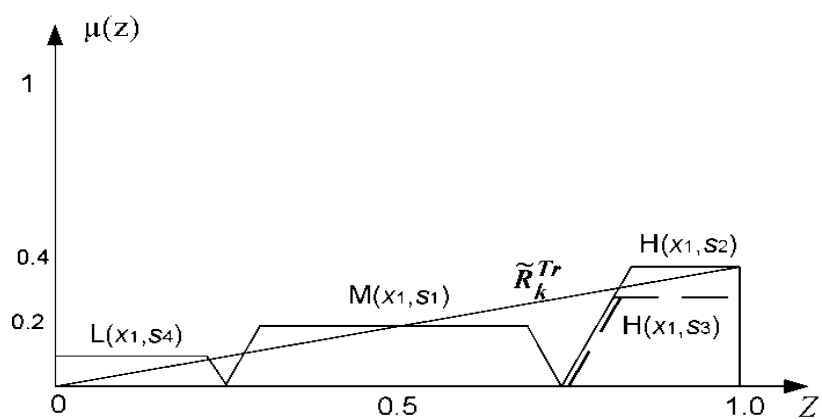
$$\tilde{R}_k^{Tr} \text{ (рис.4)}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_Q \end{pmatrix} \rightarrow M \rightarrow \begin{pmatrix} \tilde{R}_1^{Tr} \\ \tilde{R}_2^{Tr} \\ \vdots \\ \tilde{R}_Q^{Tr} \end{pmatrix}.$$

На рис.4 представлен результат выполнения описанного преобразования для оценочной матрицы (табл.1).

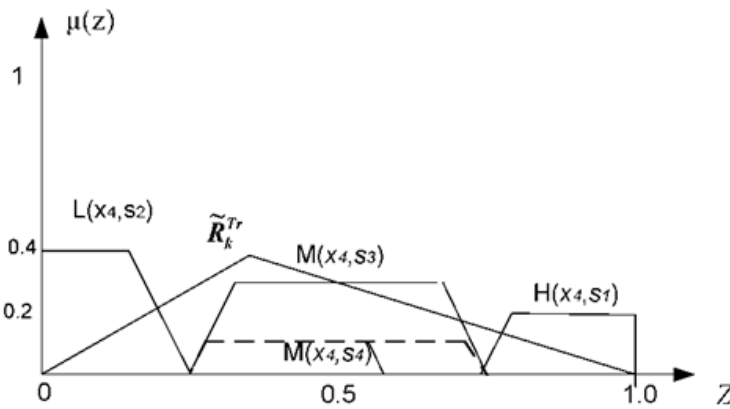
Завершающим этапом решения задачи является выбор наилучшей стратегии на множестве возможных. Для этого необходимо сравнить полученные интегральные оценки стратегий. В данном случае это не тривиальная задача, во-первых из-за того, что функции принадлежности полученных нечетких множеств пересекаются, во-вторых, известные методы предназначены для сравне-

ния нечетких чисел [17,18]. Принятие решения о предпочтительности той или иной стратегии состоит в построении отношения линейного порядка на множестве их интегральных оценок, формализованных нечеткими множествами. В данном случае нечеткие множества пересекаются, что не позволяет построить это отношение.



в)





Г)

Рис. 4. Преобразование FztoTriangle для оценок последствий для стратегии  $x_1$  а),  $x_2$  б),  $x_3$  в),  $x_4$  г) на рисунке в скобках указан номера стратегии и состояний природы

Предлагается следующая процедура. При определении нечетких множеств, формализующих лингвистические оценки последствий принимаемых решений, придерживаются принципа естественной упорядоченности, Функции принадлежности предпочтительных оценок располагаются в правой части шкалы, представляющей область определения нечетких множеств, в данном случае  $[0,1]$ . Поэтому наиболее предпочтительная оценка будет ближе всех расположена к правой границы области определе-

ния. Очевидно, что эта качественная оценка должна быть обоснована какими-то количественными значениями.

Сформулируем нечеткую гипотезу  $\tilde{H}_0$  о возможности считать одну нечеткую оценку более предпочтительной, чем другая, формализуемую нечетким множеством с треугольной функцией принадлежности  $\mu_{\tilde{H}_0}(z) = z, z \in [0,1]$  (рис.5).

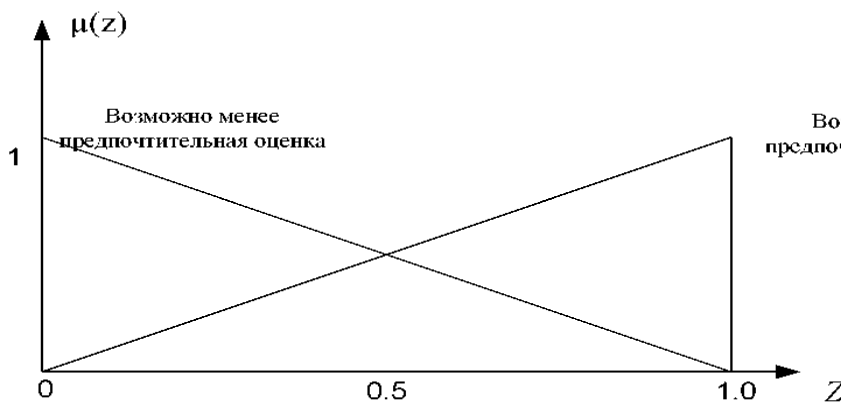


Рис. 5 Нечеткие множества гипотезы  $\tilde{H}_0$

Тогда задача сравнения нечетких множеств состоит в определении степени их соответствия (близости) этой гипотезе.

Как уже отмечалось, функцию принадлежности можно рассматривать как множество материальных точек  $Y = \{y_k, k = \overline{1, K}\}$  с координатами  $\{z_k, \mu(z_k)\}, z_k \in [0, 1]$ . На этом множестве для дальнейших расчетов необходимо выбрать точку, которая будет его обобщающей характеристикой.

Такой точкой является координата центра тяжести.

$$\gamma = \sqrt{(z_{CG}^H - z_{CG}^*)^2 (\mu(z_{CG}^H) - \mu(z_{CG}^*))^2}. \tag{8}$$

Очевидно, что чем меньше значение этого показателя, тем выше соответствие конкретной оценки гипотезе  $\tilde{H}_0$  тем более предпочтительной будет соответствующая стратегия.

В таблице 6 представлены результаты расчетов по соотношению (8), свидетельствующие о предпочтительности стратегии  $x_1$ . Для подтверждения корректности полученных результатов проведем расчет точечных оценок (5,6) для нечетких множеств, формализующих интегральных оценки последствий возможных решений (таблица 6). В этом случае, чем больше точечная оценка  $F(A)_{FztoTriangle}$ , тем более предпочтительной является соответствующая стратегия.

Совпадение результатов, полученных различными и независимыми методами, говорит о том, что предлагаемый вариант решения задачи принятия решений соответствует методологии теории устойчивости.

Отметим совпадение распределения оценок  $F(A)_{FztoTriangle}$  в табл. 6 и оценок  $F(A)$  табл.5. Последнее можно рассматривать как доказательство того, что

Обозначим:  $z_{CG}^H$  – координату центра тяжести функции принадлежности нечеткой гипотезы,  $\mu(z_{CG}^H)$  – ее значение в этой точке,  $z_{CG}^*$  – координата центра тяжести функции принадлежности нечеткой интегральной оценки некоторой стратегии,  $\mu(z_{CG}^*)$  – соответствующее значение функции принадлежности.

Степень соответствия интегральной оценки последствий выбора конкретной стратегии  $x_i$  определим через расстояние между координатами соответствующих центров тяжести

преобразование  $FztoTriangle$  не нарушает логику решаемой задачи.

Таблица 6

**Оценки альтернативных решений**

	$\gamma$	$F(A)_{FztoTriangle}$
$x_1$	0.005	0.316
$x_2$	0.022	0.266
$x_3$	0.074	0.205
$x_4$	0.096	0.159

**Заключение**

Предложенная модель принятия решений на основе нечеткой игры с «природой» позволяет выбрать наилучший вариант в ситуациях неопределенности, когда оценки последствий принятого решения могут быть представлены только в виде нечетких, лингвистических утверждений. Показано, что в общем случае, когда оценки последствий выбранных решений заданы в форме нечетких, лингвистических высказываний, использование для их агрегирования объединения на основе операции  $\max$ , приводит к потере информации, что искажает условия задачи.

Предложено интегральную оценку последствий выбранного решения формировать путем построения эквивалентного нечеткого множества с треугольной функцией принадлежности, что сохраняет весь объем исходной информации и упрощает процедуру сравнения полученных нечетких, интегральных оценок.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лабскер, Л.Г. Применение модели "Игра с природой" с критериями оптимальности относительно рисков для анализа задачи эффективности утилизации атомных подводных лодок // Управление риском, 2007, №3, с.11-20.
2. Миронова М.Д. Управление инновациями в ЖКХ. Игры с природой.// Российское предпринимательство, 2010, т.11, №6, с.130-133.
3. Новикова Н.А., Телерянский П.В., Декастов Д.Е. Выбор оптимальной цены при помощи теории статистических игр с нечеткими параметрами.// Бизнес. Образование, Право. Вестник Волгоградского института бизнеса .Серия бизнес 2008, №5, с.93-98
4. Погорелов А.С., Панфилов А.Н. применение теории нечетких множеств для задачи выбора альтернатив в условиях неопределенности, Программные продукты и системы, 2013, №3, с. 28-31.
5. Сигал А. В. Теоретико-игровая модель принятия инвестиционных решений. Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского, серия «Экономика и управление», 2011, №1, т. 24(63), с.193-205.
6. Филимоноква С.А. Принятие управленческих решений компанией SELA на основе теории игр с природой в условиях неопределенности // Экономика и бизнес: теория и практика – 2017. – Т. 1. №4. – С. 172-177
7. Вовк С.П. Игра двух лиц с нечеткими стратегиями и предпочтениями. Альманах современной науки и образования, 2014, №7(85), с.47-49.
8. Серая О.В., Каткова Т.Н. Задача теории игр с нечеткой платежной матрицей. Математическими системами, 2012, № 3, с.29-36.
9. Зайченко Ю.П. Игровые модели принятия решений в условиях неопределенности. Труды V международной школы-семинара «Теория принятия решений», Ужгород, УжНУ, 2010, 274с.
10. Vector C.R., Suresh Chandra Fuzzy Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games. Springer, 2010, 236 p.
11. Adem C. Cevikel, Mehmet Ahlatoglu Solutions for fuzzy matrix games. Computers and Mathematics with Application, 2010, 60, p. 399 -410.
12. Tina Verma, Amit Kumar, Janusz Kacprzyk A Novel Approach to the Solution of Matrix Games with Payoffs Expressed by Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Numbers. Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems, 2015, №3, v. 9, p. 25-46.
13. Piegat A. Fuzzy modeling and control. Physica – Verlag, 2013, 804p.
14. Yager R.R. Multiple-objective decision – making using a fuzzy sets. International Journal of Man - Machine Studies, 1977, №4, v.9, p.375-382.
15. Yager R.R. Multicriteria decisions with soft an application of fuzzy set and possibility theory. Fuzzy Mathematics, 1982, №2, v.2, Pt.1, p.21-28; №3, v.2, Pt.2, p.7-16.
16. Чернов В.Г., Андреев И. А., Градусов Д.А., Третьяков Д.В. Решение бизнес задач средствами нечеткой алгебры. М., Гора-Центр, 1998, 87с.
17. Rao P.P.V, Shankar N.R. Ranking generalized fuzzy numbers using area, mode, spread and 2012, №10, v.1, p.41-57.
18. Воронцов Я.А., Матвеев М.Г. Методы параметризованного сравнения нечетких и трапециевидных чисел. Вестник ВГУ, Серия Системный анализ и информационные технологии, 2014, №2. с.90-97

JEL code: C 51

A FUZZY GAME WITH "NATURE" AS A MODEL FOR MAKING ECONOMIC DECISIONS

V. G. Chernov

*Vladimir state University named after Alexander Grigoryevich and Nikolai Grigoryevich Stoletov*

Games with "nature" are one of the variants of mathematical formalization of the problem of economic decision-making. Classical methods that focus on point-based numerical estimates of the consequences of possible decisions do not fully reflect the uncertainties that occur in real decision-making processes. One of the possible ways to solve this problem is to use the apparatus of fuzzy set theory. We propose a method for finding the best solution in conditions where the uncertainties of the source data are represented by fuzzy linguistic statements formal-

ized by fuzzy sets. In this case, the integral estimation of possible consequences is obtained not by folding the estimates corresponding to individual states of the external environment, in which information loss is possible, but by constructing an equivalent fuzzy set. The proposed method does not require complex mathematical transformations and can easily be implemented programmatically as a component of the decision support system.

Keywords: uncertainty, game with nature payment matrix, fuzzy set, fuzzy number, membership function.

#### References

1. Labsker, L.G. Primenenie modeli "Igra s prirodoy" s kriteriyami optimal'nosti otnositel'no riskov dlya analiza zadachi effektivnosti utilizatsii atomnyh podvodnyh lodok // Upravlenie riskom, 2007, №3, s.11-20.
2. Mironova M.D. Upravlenie innovatsiyami v ZHKKH. Igra s prirodoy.// Rossijskoe predprinimatel'stvo, 2010, t.11, №6, s.130-133.
3. Novikova N.A., Teleryanskij P.V., Dekatov D.E. Vybor optimal'noj ceny pri pomoshchi teorii statisticheskikh igr s nechetkimi parametrami.// Biznes. Obrazovanie, Pravo. Vestnik Volgogradskogo instituta biznesa .Seriya biznes 2008, №5, s.93-98
4. Pogorelov A.S., Panfilov A.N. primenenie teorii nechetkih mnozhestv dlya zadachi vybora al'ternativ v usloviyah neopredelennosti, Programmnye produkty i sistemy, 2013, №3, s. 28-31.
5. Sigal A. V. Teoretiko-igrovaya model' prinyatiya investitsionnyh reshenij. Uchenye zapiski Tavricheskogo nacional'nogo universiteta imeni. V.I. Vernadskogo, seriya «Ekonomika i upravlenie», 2011, №1, t. 24(63), s.193-205.
6. Filimonenkova C.A. Prinyatie upravlencheskikh reshenij kompaniej SELA na osnove teorii igr s prirodoy v usloviyah neopredelennosti // Ekonomika i biznes: teoriya i praktika – 2017. – T. 1. №4. – S. 172-177
7. Vovk S.P. Igra dvuh lic s nechetkimi strategiyami i predpochteniyami. Al'manah sovremennoj nauki i obrazovaniya, 2014, №7(85), s.47-49.
8. Seraya O.V., Katkova T.N. Zadacha teorii igr s nechetkoj platezhnoy matricej. Matematichni mashini i sistemi, 2012, № 3, s.29-36.
9. Zajchenko YU.P. Igrovye modeli prinyatiya reshenij v usloviyah neopredelennosti. Trudy V mezhdunarodnoj shkoly-seminara «Teoriya prinyatiya reshenij», Uzhgorod, UzhNU, 2010, 274s.
10. Bector C.R., Suresh Chandra Fuzzy Mathematical Programming and Fuzzy Matrix Games. Springer, 2010, 236 p.
11. Adem C. Cevikel, Mehmet Ahlatoglu Solutions for fuzzy matrix games. Computers and Mathematics with Application, 2010, 60, p. 399 -410.
12. Tina Verma, Amit Kumar, Janusz Kacprzyk A Novel Approach to the Solution of Matrix Games with Payoffs Expressed by Trapezoidal Intuitionistic Fuzzy Numbers. Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems, 2015, №3, v. 9, p. 25-46.
13. Piegat A. Fuzzy modeling and control. Physica – Verlag, 2013, 804p.
14. Yager R.R. Multiple-objective decision – making using a fuzzy sets. International Journal . Man - Machine Studies, 1977, №4, v.9, p.375-382.
15. Yager R.R. Multicriteria decisions with soft : an application of fuzzy set and possibility theory. Fuzzy Mathematics, 1982, №2, v.2, Pt.1, p.21-28; №3, v.2, Pt.2, p.7-16.
16. Chernov V.G., Andreev I.A., Gradusov D.A., Tret'yakov D.V. Reshenie biznes zadach sredstvami nechetkoj algebry. M., Tora-Centr, 1998, 87s.
17. Rao P.P.B, Shankar N.R. Ranking generalized fuzzy numbers using area, mode, spread and weight. International Journal of Applied Science and Engineering, 2012, №10, v.1, p.41-57.
18. Voroncov YA.A., Matveev M.G. Metody parametrizovannogo sravneniya nechetkih i trapezoidnykh chisel. Vestnik VGU, Seriya Sistemnyj analiz i informacionnye tekhnologii, 2014, №2. c.90-97.