

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОФИОРИЕНТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

А.В. Ганичева

*Тверская государственная сельскохозяйственная академия*

Статья посвящена разработке математической модели для системного описания профориентационной работы среди школьников, поступающих в вузы. Модель описывает изменение количества учащихся-приверженцев разных учебных заведений за счет организации агитационной работы. Рассматривается общий случай зависимости эффективности агитационной работы от времени и характеристик противоборствующих единиц. Для расчета средних численностей сторон, оценки основных характеристик системы (необходимого числа учащихся, необходимого времени для получения заданных численностей абитуриентов, изменения коэффициента превосходства одной стороны над другой в зависимости от времени) используется рекуррентная формула. Рекуррентная формула выведена из системы дифференциальных неравенств. Разработанный метод позволяет организовать профориентационную деятельность в школе, колледже, вузе, организации, предприятии. Он может использоваться для моделирования конфликтных ситуаций, заключающихся в противоборстве сторон: в юриспруденции (обвинение и защита), учебный процесс (правильно и неправильно понятые фрагменты знаний), в растениеводстве (борьба видов), политологии (полемика сторон), при конкуренции фирм путем использования рекламы на различные виды продукции.

**Ключевые слова:** вероятность, коэффициент превосходства, пуассоновский поток, рекуррентная формула, средние численности.

### Введение

В области исследования вопросов учебного процесса большая роль отводится математическому моделированию [11]. Одна из актуальных задач исследования образовательных систем заключается в построении модели профориентационной работы, которая наиболее точно описывает развитие данного процесса во времени с учетом индивидуальных особенностей учащихся и своеобразий конкурирующих организаций, в частности, быстроты и точности реакции, выраженной в эффективности профориентационной работы [6]. Для построения моделей профориентационной деятельности используются разнообразные математические методы и модели. Например, в работе [7] использована модель Вольтерра для описания динамики изменения ежегодной численности приема абитуриентов. Исследование дифференциальных моделей для описания профориентационной работы приведено в статье [8]. В работе

[9] рассмотрен упрощенный вариант модели Ланчестера, при котором выполняется квадратичный закон  $Vy^2 - Cx^2 = N$ , где  $x$  - число хороших студентов,  $y$  - число недобросовестных студентов ( $x + y = N$ ). Для профориентации в вузовский период в [10] предложена дифференциальная модель, встречающаяся в теории эпидемий. В статье [12] получена логистическая кривая, которая описывает зависимость числа учащихся, участвующих в профориентационной работе, от общего числа и заданного промежутка времени конца агитационной работы. Примеры визуального и имитационного моделирования профориентационной деятельности учебного подразделения вуза приведены в статье [13]. Математическая модель вероятностного прогнозирования профессионального выбора учащихся предпрофильных классов рассмотрена в работе [14], а в [15] для решения данной задачи используется дискриминантный анализ.

Большой интерес представляет применение модели Ланчестера для описания борьбы вузов в процессе профориентационной работы. Основной трудностью является получение аналитического решения в условиях неоднородности потоков абитуриентов. Явного решения задачи нет, однако для получения решения, с достаточной степенью точности, можно использовать метод, разработанный в [5] для системного представления процесса усвоения учебного материала в виде противоборства правильно и неправильно понятых фрагментов дисциплины. При этом рассмотрен общий случай, когда эффективности, определяемые как плотности пуассоновских потоков, умноженные на вероятности, зависят от времени и фрагментов дисциплины. Решена система дифференциальных неравенств на основе интегрального исчисления.

В предлагаемой работе рассмотрена модифицированная модель Ланчестера для описания профориентационной работы среди школьников, будущих абитуриентов, когда имеется несколько противоборствующих сторон, представляющих конкурирующие вузы, где сторона I – сотрудники данного вуза, сторона II – другие рассматриваемые вузы.

В данной работе рассмотрен общий случай зависимости эффективности сторон от времени (при любой функциональной зависимости) и от индивидуальных особенностей учащихся [4]. Такая общность приводит к замене уравнений Ланчестера линейными алгебраическими неравенствами, определяемыми для данного момента времени по рекуррентной формуле с любой точностью. При малом интервале времени  $\Delta t$  имеется возможность практически непрерывно наблюдать изменение средних численностей учащихся, отдающих предпочтение стороне I или стороне II, и оценивать во времени превосходство одной или другой стороны.

Предложенный метод позволяет описывать с любой степенью точности изменение численности сторон без использования принципа квазирегулярности.

Целью работы является получение и решение системы дифференциальных неравенств для описания средних численностей сторон, анализ решения, оценка основных характеристик системы.

## 1. Постановка задачи. Построение размеченных графов состояний противоборствующих сторон

Пусть все  $N$  учащихся (будущие абитуриенты) пронумерованы, например, согласно алфавитному списку. Каждому учащемуся с номером  $i$  будем ставить в соответствие двумерный вектор  $(Y_I^{(i)}, Y_{II}^{(i)})$ , где  $Y_I^{(i)}$  –  $i$ -ый учащийся, находящийся под влиянием агитации стороны I (данного вуза) и в состоянии осмысления полученной информации,  $Y_{II}^{(i)}$  –  $i$ -ый учащийся, находящийся под влиянием и обдумыванием информации, полученной со стороны II (со стороны остальных вузов среди данных). Таким образом, сторона I характеризуется единицами (будущими абитуриентами):

$$Y_I^{(1)}, Y_I^{(2)}, \dots, Y_I^{(N)}, \quad (1)$$

сторона II, соответственно:

$$Y_{II}^{(1)}, Y_{II}^{(2)}, \dots, Y_{II}^{(N)}. \quad (2)$$

Это потенциальные сагитированные приверженцы сторон I и II соответственно. Пусть  $p_1^{01}, \dots, p_1^{0N}; p_2^{01}, \dots, p_2^{0N}$ , соответственно, первоначальные вероятности, отражающие предпочтения учащихся поступать в вуз стороны I и в вузы стороны II, причем  $p_1^{0i} + p_2^{0i} = 1$  ( $i = \overline{1, N}$ ).

Тогда  $N_1 = \sum_{i=1}^N p_1^i$  и  $N_2 = \sum_{i=1}^N p_2^i$  – начальные численности сторон I и II. Будем

считать, что  $N_1 > 0$ ,  $N_2 > 0$ .

Каждый  $i$ -ый учащийся представляет собой две противоборствующие единицы  $Y_I^{(i)}$  и  $Y_{II}^{(i)}$ , причем под воздействием агитационных потоков информации со временем одна единица уничтожает другую. Если уничтожается  $i$ -ая единица последовательности (1), то это означает, что данный учащийся решил поступать в вуз, рекламируемый стороной II, если это единица последовательности (2), то данный учащийся решил поступать в вуз, согласно агитации стороны I. Для упрощения выкладок считаем, что в начальный момент каждый учащийся колеблется, какой стороне отдать предпочтение.

В общем случае учащиеся общаются друг с другом относительно будущего поступления в вуз, поэтому могут оказывать влияние друг на друга, т.е.  $i$ -ый и  $j$ -ый учащиеся ( $i \neq j$ ) могут тоже образовывать противоборствующую пару  $(Y_I^{(i)}, Y_{II}^{(i)})$ . Возможность существования подобных противоборствующих пар, как будет показано далее, будет определяться через соответствующую вероятность  $p_{ij}^{(1)}$  или  $p_{ij}^{(2)}$ .

Рассмотрим противоборство двух сторон I и II.

Обе стороны в течение данного периода (например, учебного года) проводят различные мероприятия (беседы, консультации, экскурсии и т.д.) по агитации школьников для поступления в данный вуз. Мероприятия взвешиваются, согласно их важности, по данным экспертов. Таким образом определяются плотности агитационных мероприятий. При этом может использоваться интернет-общение и периодический опрос учащихся, относительно желаний поступления в тот или иной вуз, выраженного в долях единицы, т.е. через вероятность того, что учащийся будет поступать в данный вуз,

с целью корректировки через агитацию этой вероятности в нужном направлении.

Пусть агитационный поток единицы  $i$  ( $i = \overline{1, N_1}$ ) стороны I относительно единицы стороны II является пуассоновским с плотностью  $\lambda_{ij}^{(1)}(t)$ , поток единицы  $j$  ( $j = \overline{1, N_2}$ ) стороны II также является пуассоновским с плотностью  $\lambda_{ij}^{(2)}(t)$ , где  $\lambda_{ij}^{(2)}(t)$  равна сумме плотностей агитационных потоков вузов стороны II. Успешные потоки, заканчивающиеся возможной положительной агитацией стороны I и II, также будут пуассоновскими с плотностями  $\alpha_{ij}^{(1)}(t) = \lambda_{ij}^{(1)}(t) \cdot p_{ij}^{(1)}(t)$  и  $\alpha_{ij}^{(2)}(t) = \lambda_{ij}^{(2)}(t) \cdot p_{ij}^{(2)}(t)$ , соответственно, где  $p_{ij}^{(1)}(t)$  - вероятность убедить единицей  $i$  стороны I единицу  $j$  стороны II,  $p_{ij}^{(2)}(t)$  - вероятность убедить единицей  $j$  стороны II единицу  $i$  стороны I. Величины  $\alpha_{ij}^{(1)}(t)$  и  $\alpha_{ij}^{(2)}(t)$  будем называть эффективностями единиц сторон, соответственно I и II.

Будем считать, что любая единица одной стороны может подлежать агитации любой единицей другой стороны. Считаем также, что временем, затрачиваемым на одну агитацию, можно пренебречь по сравнению с длительностью процесса агитации. Это позволяет считать, что процесс развития агитации является марковским.

Согласно методу Ланчестера [1], сторону I будем рассматривать как систему, которая в любой момент времени  $t$  может находиться в одном из возможных состояний  $E_k^{(1)}$ , где  $k$  - число единиц последовательности (1) стороны I на момент времени  $t$  ( $k = N, N-1, N-2, \dots, 1, 0$ ) - рис. 1.

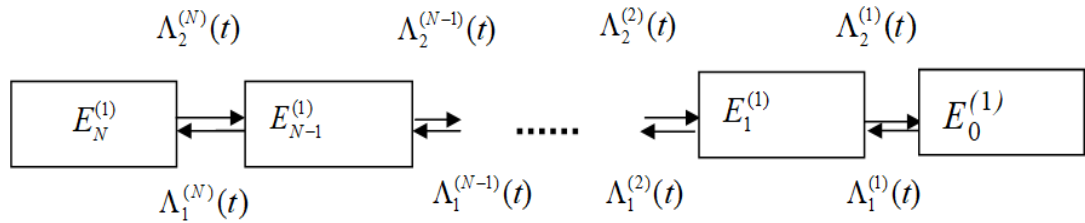


Рис. 1. Состояния системы стороны I.

Обозначим через  $P_k^{(1)}(t)$  вероятность нахождения стороны I в момент  $t$  в состоянии  $E_k^{(1)}$  ( $k = N, N-1, N-2, \dots, 1, 0$ ),  $\Lambda_2^{(N-k)}(t)$ ,  $\Lambda_1^{(N-k)}(t)$  - плотность потока, переводящего систему из состояния  $E_{N-k}^{(1)}$  в состояние  $E_{N-k-1}^{(1)}$  (из состояния  $E_{N-k-1}^{(1)}$  в состояние  $E_{N-k}^{(1)}$ ).

Аналогичным графом можно представить состояния стороны II с той разницей, что верхняя и нижняя плотности меняются местами.

Заметим, что  $\Lambda_2^{(N-k)}(t)$  зависит не только от времени, но и от числа  $S$  единиц последовательности (2), оказывающих воздействие на единицы последовательности (1). Аналогичное замечание справедливо и для  $\Lambda_2^{(N-k)}(t)$ . Однако во избежание громоздкости записи второй аргумент будем опускать.

В [1] для описания данной зависимости используется принцип квазирегулярности, погрешность которого определяется произведением суммарной интенсивности противоположной стороны на  $1 - e^{-m_1}$ , где  $m_1$  - средняя численность данной стороны. В данной работе принцип квазирегулярности не будет использован. Зависимость плотностей от количества оказывающих воздействие единиц будет реализована за счет замены равенств системы Ланчестера [1] на неравенства, о чем пойдет речь в разделах 2-3 (формулы (8), (9), (11). (12)).

## 2. Определение плотностей переводящих потоков и эффективности единиц

Сторона I переходит из состояния с большим номером в состояние с меньшим номером в результате того, что сторона II за малый промежуток времени  $\Delta t$  на рубеже  $E_{N-k}^{(1)}$  производит одну успешную агитацию (ординарность потока) с вероятностью  $1 - e^{-a_2^{(N-k)}(t, \Delta t)}$ .

$$\text{Здесь } a_2^{(N-k)}(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} \Lambda_2^{(N-k)}(t) dt -$$

среднее число единиц потока стороны II на отрезке  $[t, t + \Delta t]$ . При малом  $\Delta t$  в промежутке  $[t, t + \Delta t]$  плотность  $\Lambda_2^{(N-k)}(t)$  для данного  $k$

можно считать равной значению в правой границе этого промежутка, тогда  $a_2^{(N-k)}(t, \Delta t) = \Lambda_2^{(N-k)}(t) \Delta t$ .

Здесь  $a_2^{(N-k)}$  также зависит от  $S$ .

С точностью до членов первого порядка по  $\Delta t$  эта вероятность равна  $\Lambda_2^{(N-k)}(t) \cdot \Delta t$ , т.е.

$$1 - e^{-\Lambda_2^{(N-k)}(t) \cdot \Delta t} = \Lambda_2^{(N-k)}(t) \cdot \Delta t. \tag{3}$$

Погрешность равна  $\frac{1}{2} \max_{[t, t+\Delta t]} (\Lambda_2^{(N-k)}(t) \cdot \Delta t)^2$ .

Вероятность того, что единица  $j$  стороны II за время  $\Delta t$  не сделает ни одной успешной агитации по отношению к еди-

нице  $i$  стороны I, равна  $e^{-\alpha_{ij}^{(2)}(t, \Delta t)}$ , где

$\alpha_{ij}^{(2)}(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} \lambda_{ij}^{(2)}(t) p_{ij}^{(2)} dt$ , причем для

малого  $\Delta t$  на участке  $[t, t + \Delta t]$  можно считать, что  $\lambda_{ij}^{(2)}$  и  $p_{ij}^{(2)}$  не зависят от  $t$ , а тогда  $\alpha_{ij}^{(2)}(t, \Delta t) = \alpha_{ij}^{(2)}(t) \Delta t$ .

$$\prod_{s=1}^l (1 - \alpha_{i_s j_s}^{(2)}(t) \Delta t) = 1 - \sum_{s=1}^l \alpha_{i_s j_s}^{(2)}(t) \Delta t \quad (4)$$

с точностью до членов первого порядка по  $\Delta t$ , т.к. остальные слагаемые выражаются через произведения  $\alpha_{i_s j_s}$ , причем каждый сомножитель ограничен величиной  $\max_{[t, t+\Delta t]} \alpha_{i_s j_s}^{(2)}(t) \Delta t$ .

Пусть  $\alpha_{\max}^{(2)}(t) = \max_{1 \leq i \leq N_1} \max_{1 \leq j \leq N_2} \alpha_{ij}^{(2)}(t)$ ,

$\alpha_{\min}^{(2)}(t) = \min_{1 \leq i \leq N_1} \min_{1 \leq j \leq N_2} \alpha_{ij}^{(2)}(t)$  ненулевых элементов  $\alpha_{ij}^{(2)}(t)$  на временном промежутке

$$P_{\max}^{(2)}(t, \Delta t) = \sum_{l=1}^N P_l^{(2)}(t) \cdot [1 - l \alpha_{\min}^{(2)}(t) \Delta t], \quad (5)$$

и не меньше, чем  $P_{\min}^{(2)}(t, \Delta t)$ , которая получается из (5) заменой  $\alpha_{\min}^{(2)}(t)$  на  $\alpha_{\max}^{(2)}(t)$

$$1 - P_{\min}^{(2)}(t, \Delta t) = 1 - \sum_{l=0}^N P_l^{(2)}(t) + \alpha_{\max}^{(2)}(t) \Delta t \cdot \sum_{l=0}^N l \cdot P_l^{(2)}(t), \quad (6)$$

и не меньше, чем  $1 - P_{\max}^{(2)}(t, \Delta t)$ .

В формуле (6) суммирование по  $l$  начинается с нуля, поскольку если начальные численности сторон  $N_1$  и  $N_2$  достаточно велики, то можно предположить, что в момент времени  $t$  у обеих

Эта вероятность с точностью до членов первого порядка по  $\Delta t$  равна  $1 - \alpha_{ij}^{(2)}(t) \Delta t$ .

Погрешность составляет

$$\frac{1}{2} \max(\alpha_{ij}^{(2)}(t) \Delta t)^2$$

Допустим, что в момент времени  $t$  у стороны II имеется в последовательности (2)  $l$  сохранившихся единиц. Тогда вероятность того, что ни одна из этих единиц не сделает ни одной успешной агитации, равна

$[t, t + \Delta t]$ . Тогда правая часть формулы

(4) не меньше, чем  $1 - l \alpha_{\max}^{(2)}(t) \Delta t$  и не

больше, чем  $1 - l \alpha_{\min}^{(2)}(t) \Delta t$ .

В любой момент времени  $t$  сторона II может находиться в любом состоянии  $E_l^{(2)}$  с вероятностью  $P_l^{(2)}(t)$ . Поэтому вероятность того, что за  $\Delta t$  у стороны II не будет успешных агитаций, будет не больше, чем

Тогда вероятность того, что за  $\Delta t$  у стороны II будет одна успешная агитация, будет не больше, чем

сторон количество единиц больше нуля. Поэтому  $P_0^{(1)} = 0$ ,  $P_0^{(2)} = 0$ .

Обозначим через  $m_2(t)$  математическое ожидание  $\sum_{l=0}^N l \cdot P_l^{(2)}(t)$  числа определившихся к моменту  $t$  единиц стороны II.

$$\sum_{l=0}^N P_l^{(2)}(t) = 1.$$

Обратим внимание, что с учетом этого (6) преобразуется к виду:

$$1 - P_{\min}^{(2)}(t, \Delta t) = \alpha_{\max}^{(2)}(t) \cdot \Delta t \cdot m_2(t). \quad (7)$$

Аналогично  $1 - P_{\max}^{(2)}(t, \Delta t) = \alpha_{\min}^{(2)}(t) \cdot \Delta t \cdot m_2(t).$

Из (3) и (7) получаем:

$$\alpha_{\min}^{(2)}(t) \cdot m_2(t) \leq \Lambda_2^{(N-k)}(t) \leq \alpha_{\max}^{(2)}(t) \cdot m_2(t), \quad (8)$$

для  $k = \overline{0, N-1}.$

Аналогично получаем:

$$\alpha_{\min}^{(1)}(t) \cdot m_1(t) \leq \Lambda_1^{(N-k)}(t) \leq \alpha_{\max}^{(1)}(t) \cdot m_1(t), \quad (9)$$

для  $k = \overline{0, N-1}.$

### 3. Дифференциальная модель средних численностей сторон

Для графа, изображенного на рис. 1, запишем систему дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dP_N^{(1)}(t)}{dt} = -\Lambda_2^{(N)}(t) \cdot P_N^{(1)}(t) + \Lambda_1^{(N)}(t) \cdot P_{N-1}^{(1)}(t), \\ \dots\dots \\ \frac{dP_k^{(1)}(t)}{dt} = \Lambda_2^{(k)}(t) \cdot (P_{k+1}^{(1)}(t) - P_k^{(1)}(t)) + \\ + \Lambda_1^{(k)}(t) \cdot (P_{k-1}^{(1)}(t) - P_k^{(1)}(t)), \quad k = \overline{1, N-1}, \\ \frac{dP_0^{(1)}(t)}{dt} = \Lambda_2^{(1)}(t) \cdot P_1^{(1)}(t) - \Lambda_1^{(1)}(t) \cdot P_0^{(1)}(t). \end{array} \right.$$

Умножим первое уравнение данной системы на  $N$ , второе на  $N-1$  и т.д., последнее - на  $0$  и сложим соответственно левые и правые части полученных после умножения уравнений. Тогда левая часть суммарного уравнения будет представлять собой производную:

$$\left[ \sum_{k=0}^N k P_k^{(1)}(t) \right]'_t$$

математического ожидания числа непораженных к моменту  $t$  единиц стороны I, которое обозначим через  $m_1(t)$ .

Правая часть суммарного уравнения будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
 & -\Lambda_2^{(N)}(t) \cdot N \cdot P_N^{(1)}(t) + \Lambda_1^{(N)}(t) \cdot N \cdot P_{N-1}^{(1)}(t) + \Lambda_2^{(N-1)}(t) \cdot (N-1) \cdot P_{N-1}^{(1)}(t) + \\
 & \Lambda_2^{(N)}(t) \cdot (N-1) \cdot P_N^{(1)}(t) - \Lambda_1^{(N-1)}(t) \cdot (N-1) \cdot P_{N-1}^{(1)}(t) + \Lambda_1^{(N-2)}(t) \cdot (N-1) \cdot P_{N-2}^{(1)}(t) + \dots \quad (10) \\
 & -\Lambda_2^{(1)}(t) \cdot P_1^{(1)}(t) + \Lambda_2^{(2)}(t) \cdot P_2^{(1)}(t) + 0 \cdot \Lambda_2^{(1)}(t) \cdot P_1^{(1)}(t) - 0 \cdot \Lambda_1^{(1)}(t) \cdot P_0^{(1)}(t).
 \end{aligned}$$

**4. Рекуррентная формула средних численностей сторон**

Получим рекуррентную формулу средних численностей сторон. Пусть  $\Lambda_{\min}^{(2)}(t) \left( \Lambda_{\max}^{(2)}(t) \right)$  – минимум (максимум)

по  $k$  и  $S$ , изменяющимися в границах от 1 до  $N$ , от соответствующей плотности. Аналогично представляется  $\Lambda_{\min}^{(1)}(t) \left( \Lambda_{\max}^{(1)}(t) \right)$ . Тогда (10) будет не больше, чем

$$\begin{aligned}
 & -\Lambda_{\min}^{(2)} \cdot \left[ P_N^{(1)} + P_{N-1}^{(1)} + \dots + P_1^{(1)} \right] + \Lambda_{\max}^{(1)} \cdot \left[ P_N^{(1)} + P_{N-1}^{(1)} + \dots + P_1^{(1)} \right] = \\
 & = -\Lambda_{\min}^{(2)} \cdot \left[ 1 - P_0^{(1)} \right] + \Lambda_{\max}^{(1)} \left[ 1 - P_0^{(1)} \right] = -\Lambda_{\min}^{(2)} + \Lambda_{\max}^{(1)}.
 \end{aligned}$$

Отсюда получаем, что (10) ограничена сверху выражением  $-\Lambda_{\min}^{(2)}(t) + \Lambda_{\max}^{(1)}(t)$ , а снизу выражением  $-\Lambda_{\max}^{(2)}(t) + \Lambda_{\min}^{(1)}(t)$ .

Аналогичное неравенство получается для стороны II. Следовательно,  $\Lambda_{\min}^{(1)}(t) - \Lambda_{\max}^{(2)}(t) \leq m_1'(t) \leq -\Lambda_{\min}^{(2)}(t) + \Lambda_{\max}^{(1)}(t)$ ,  $\Lambda_{\min}^{(2)}(t) - \Lambda_{\max}^{(1)}(t) \leq m_2'(t) \leq -\Lambda_{\min}^{(1)}(t) + \Lambda_{\max}^{(2)}(t)$ . Пусть  $T$  – время полного периода агитации, положим  $L = T / \Delta t$ , причем  $\Delta t$  достаточно мало и  $\Lambda_{\max}^{(2)}(t) - \Lambda_{\max}^{(2)}(t_l)$ ,  $\Lambda_{\min}^{(2)}(t) - \Lambda_{\min}^{(2)}(t_l)$  на участке  $[t_l, t_l + \Delta t]$ ,  $l = \overline{1, L}$ ,  $t_l = t_{l-1} + \Delta t$ ,  $t_0$  – начало,  $i = 1, 2$ . Имеем:

$$\begin{aligned}
 & \Lambda_{\min}^{(1)}(t_l) - \Lambda_{\max}^{(2)}(t_l) \leq m_1'(t_l) \Delta t \leq -\Lambda_{\min}^{(2)}(t_l) + \Lambda_{\max}^{(1)}(t_l) \quad \text{или} \\
 & \int_{t_l}^{t_l + \Delta t} (\Lambda_{\min}^{(1)}(t) - \Lambda_{\max}^{(2)}(t)) dt \leq \int_{t_l}^{t_l + \Delta t} m_1'(t) dt \leq \int_{t_l}^{t_l + \Delta t} (-\Lambda_{\min}^{(2)}(t) + \Lambda_{\max}^{(1)}(t)) dt, \\
 & \text{при этом для } i=1,2 \\
 & \int_{t_l}^{t_l + \Delta t} \Lambda_{\max}^{(i)}(t) dt = \Lambda_{\max}^{(i)}(t_l) \cdot \Delta t, \quad \int_{t_l}^{t_l + \Delta t} \Lambda_{\min}^{(i)}(t) dt = \Lambda_{\min}^{(i)}(t_l) \cdot \Delta t.
 \end{aligned}$$

Отсюда следует:

$$m_1(t_l) + \Lambda_{\min}^{(1)}(t_l) \Delta t - \Lambda_{\max}^{(2)}(t_l) \Delta t \leq m_1'(t_l + \Delta t) \leq m_1(t_l) - \Lambda_{\min}^{(2)}(t_l) \Delta t + \Lambda_{\max}^{(1)}(t_l) \Delta t. \quad (11)$$

Аналогично получаем:

$$m_2(t_l) + \Lambda_{\min}^{(2)}(t_l) \Delta t - \Lambda_{\max}^{(1)}(t_l) \Delta t \leq m_2'(t_l + \Delta t) \leq m_2(t_l) - \Lambda_{\min}^{(1)}(t_l) \Delta t + \Lambda_{\max}^{(2)}(t_l) \Delta t. \quad (12)$$

С учетом (8) и (9) неравенства (11) и (12) запишутся, соответственно, в виде:

$$\begin{cases}
 \alpha_{\min}^{(1)}(t_l) \cdot m_1(t_l) \cdot \Delta t + m_1(t_l) - \alpha_{\max}^{(2)}(t_l) \cdot m_2(t_l) \cdot \Delta t \leq m_1(t_l + \Delta t) \leq \\
 \leq m_1(t_l) - \alpha_{\min}^{(2)}(t_l) \cdot m_2(t_l) \cdot \Delta t + \alpha_{\max}^{(1)}(t_l) \cdot m_1(t_l) \cdot \Delta t, \\
 \alpha_{\min}^{(2)}(t_l) \cdot m_2(t_l) \cdot \Delta t + m_2(t_l) - \alpha_{\max}^{(1)}(t_l) \cdot m_1(t_l) \cdot \Delta t \leq m_2(t_l + \Delta t) \leq \\
 \leq m_2(t_l) - \alpha_{\min}^{(1)}(t_l) \cdot m_1(t_l) \cdot \Delta t + \alpha_{\max}^{(2)}(t_l) \cdot m_2(t_l) \cdot \Delta t.
 \end{cases}$$

В то же время  $m_1(t_l) = N - m_2(t_l)$ ,  $l = \overline{1, L}$ .

Тогда

$$\begin{aligned}
 m_2(t_l)(1 + \alpha_{\min}^{(2)}(t_l)\Delta t + \alpha_{\max}^{(1)}(t_l)\Delta t) - N\alpha_{\max}^{(1)}(t_l)\Delta t \leq m_2(t_l + \Delta t) \leq \\
 \leq m_2(t_l)(1 + \alpha_{\max}^{(2)}(t_l)\Delta t + \alpha_{\min}^{(1)}(t_l)\Delta t) - N\alpha_{\min}^{(1)}(t_l)\Delta t.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Формула (13) представляет собой рекуррентную формулу. Обозначим правую часть (13) через  $m_2^{\Pi}(l\Delta t)$ , левую – через  $m_2^{\Gamma}(l\Delta t)$ , здесь  $l\Delta t = t_l$  ( $l = \overline{1, L}$ ). Тогда (13) запишется в виде

$$\begin{cases} m_2^{\Gamma}(l\Delta t) \leq m_2(t_l + \Delta t) \leq m_2^{\Pi}(l\Delta t), \\ N - m_2^{\Pi}(l\Delta t) \leq m_1(t_l + \Delta t) \leq N - m_2^{\Gamma}(l\Delta t). \end{cases}
 \tag{14}$$

### 5. Определение численностей сторон

Не нарушая общности, будем считать, что профориентационная работа проводится  $T=40$  недель в течение учебного года с частотой  $\Delta t=1$  неделя. Соответствующие мероприятия: беседы, консультации, типовые задания с последующей проверкой, экскурсии и т.п. Эксперты дают оценки данным мероприятиям, которые проводятся через неделю, при этом возможно использование дистанционного общения через интернет.

Будем считать (для упрощения выкладок), что  $\lambda_{ij}^{(1)}$  и  $\lambda_{ij}^{(2)}$  постоянны на протяжении каждого промежутка  $[t_l, t_l + \Delta t]$ , в конце данного промежутка происходит изменение плотностей. Плотность определяется как произведение количества мероприятий в неделю (это, например, 1 мероприятие) на приведенную экспертную оценку данного мероприятия. Тогда плотности будут зависеть от экспертных оценок их значимости. Следовательно, для каждой стороны имеем 40 приведенных оценок, сумма которых равна 1. В то же время все указанные типы мероприятий можно считать приближенно одинаково значимыми. Поэтому каждая экспертная оценка будет ненамного отличаться от значения  $1/40 = 0,025$ , отсюда плотности информационных потоков стороны I будут близкими к  $0,025 \cdot r$ , где  $r$  - количество вузов стороны II. В конце каждого промежутка  $[t_l, t_l + \Delta t]$  производится опрос обучаемых относительно вероятностей

$p_{ij}^{(1)}(t_l + \Delta t)$  и  $p_{ij}^{(2)}(t_l + \Delta t)$ , где  $t_l + \Delta t$  - конец рассматриваемого промежутка. Вероятности предлагается выбирать из множества  $\{0; 0,1; 0,2; \dots; 0,9; 1\}$ . Кроме того, для каждого  $i$ -го учащегося выясняется вопрос относительно влияния на него других учащихся с соответствующими плотностями  $\lambda_{ij}^{(1)} = 0,025 \cdot q$  и  $\lambda_{ij}^{(2)} = 0,025 \cdot r \cdot q$ , если агитация была  $q$  раз, и нулевыми плотностями, если агитации не было. Далее определяется матрица  $(\alpha_{ij}^{(1)}(l\Delta t), \alpha_{ij}^{(2)}(l\Delta t))$ , где  $i = \overline{1, m_1(l\Delta t)}$ ,  $j = \overline{1, m_2(l\Delta t)}$ , на основе которой находят соответствующие минимальное и максимальное значения эффективностей к моменту  $(l+1)\Delta t$ . Далее используется формула (14), после чего происходит переход к следующему временному промежутку, и весь процесс повторяется.

Рассмотрим возможный способ определения вероятностей. Эти вероятности задают сами учащиеся, т.е.  $i$ -ый учащийся оценивает в долях 1 свое желание поступать в данный вуз и оказанное на него влияние со стороны  $j$ -го учащегося относительно поступления в данный вуз, в том числе в решении заданий, предложенных данным вузом согласно профориентационной работе. Для некоторых учеников такое оценивание может быть трудной задачей. В помощь можно предложить следующую таблицу (табл. 1).



Таблица 1

Сила влияния	почти отсутствует	очень слабое влияние	Слабое влияние	почти среднее	среднее
вероятность $p_{ij}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
сила влияния	почти большое	большое	почти сильное	сильное	очень сильное
вероятность $p_{ij}$	0,6	0,7	0,8	0,85	0,9

Положительная сторона данного способа состоит в том, что во-первых, в какой-то степени указанный подход имеет игровой оттенок и вызывает интерес, во-вторых, учащиеся привыкают проводить оценивание при нечетких условиях. Чтобы избежать субъективности мнений, возможен такой подход. Работники вуза, согласно школьному рейтингу учащихся взвешивают данные таблицы 1, полагая

$p_{ij}(i_1) = p_{ij} \frac{R_i(t_1)R_j(t_1)}{R_{\max}^2(t_1)}$ , где  $R_i(t_1)$ ,  $R_j(t_1)$  - рейтинги, соответственно,  $i$ -ого и  $j$ -ого

учащихся к моменту  $t_1$ ,  $R_{\max}(t_1)$  - максимально возможный балл рейтинга к моменту  $t_1$ . Такой подход оправдан тем, что чем лучше подготовлен учащийся, тем он лучше ориентируется в информационно-агитационном материале.

Если  $i$ -ый учащийся к концу промежутка  $[t_1, t_1 + \Delta t]$  принял решение с вероятностью 1 выбрать например, вуз стороны I, а перед этим вероятность выбрать вуз стороны II для него была равна  $P$ , то полагаем:

$$m_1(t_1 + \Delta t) = m_1(t_1) + P \text{ и } m_2(t_1 + \Delta t) = m_2(t_1) - P.$$

Такой учащийся из дальнейшего рассмотрения не исключается, поскольку в будущем он может изменить свое решение. Его влияние на других учащихся и их на него по-прежнему учитывается в матрице целераспределения.

Отметим, что рассмотренная ситуация может быть обобщена следующим образом. Во-первых, кроме агитационных потоков вузов и абитуриентов, могут существовать агитационные потоки вне этой системы (агитация родителей, знакомых и т.д.) Эти влияния на  $i$ -го учащегося можно учитывать, изменяя соответствующим образом плотность его потока  $\lambda_{ii}$ . Опрос относительно этого влияния происходит в конце каждого промежутка  $[t_1, t_1 + \Delta t]$ . При этом, если в конце дан-

ного промежутка вероятность изменилась в  $q_1$  раз,

то целесообразно во столько же раз изменить соответствующую плотность.

Возможна такая ситуация, когда слишком назойливый  $j$ -ый одноклассник каждый день агитирует своего  $i$ -го товарища. Тогда соответствующая плотность, равная 0,025, может увеличиться в 7 раз. Это может уменьшить значимость агитации вуза. Поэтому для более частого общения с абитуриентами можно  $\Delta t$  взять равным 1 день, тогда  $T=280$  дней. В этом случае рассматриваются плотности потоков в день, которые в данном случае составят 0,0071 и  $0,0071 \cdot r$ .

Рассмотрим подробнее формулу (14). Имеем:

$$\begin{cases} m_1^I(l\Delta t) = m_1((l-1)\Delta t)(1 + \alpha_{\min}^{(1)}((l-1)\Delta t)\Delta t + \alpha_{\max}^{(2)}((l-1)\Delta t)\Delta t - N\alpha_{\max}^{(2)}((l-1)\Delta t)\Delta t, \\ m_1^{II}(l\Delta t) = m_1((l-1)\Delta t)(1 + \alpha_{\max}^{(1)}((l-1)\Delta t)\Delta t + \alpha_{\min}^{(2)}((l-1)\Delta t)\Delta t - N\alpha_{\min}^{(2)}((l-1)\Delta t)\Delta t, \\ m_2^I(l\Delta t) = m_2((l-1)\Delta t)(1 + \alpha_{\min}^{(2)}((l-1)\Delta t)\Delta t + \alpha_{\max}^{(1)}((l-1)\Delta t)\Delta t - N\alpha_{\max}^{(1)}((l-1)\Delta t)\Delta t, \\ m_2^{II}(l\Delta t) = m_2((l-1)\Delta t)(1 + \alpha_{\max}^{(2)}((l-1)\Delta t)\Delta t + \alpha_{\min}^{(1)}((l-1)\Delta t)\Delta t - N\alpha_{\min}^{(1)}((l-1)\Delta t)\Delta t. \end{cases} \quad (15)$$

При этом  $m_2(0) = N_2$ ,  $m_1(0) = N_1 = N - N_2$   
и для любого  $l = \overline{1, L}$ ,  
 $m_1(l\Delta t) = N - m_2(l\Delta t)$ .

Пусть  $m_i^{(II)}(l\Delta t)$  - истинное число учащихся, принявших к моменту времени  $l\Delta t$  решение о поступлении в вуз стороны I (при  $i=1$ ) или II (при  $i=2$ ). Тогда относительная ошибка для  $i=1, 2$  составит:

$$\frac{[m_i^{(II)}(l\Delta t) - m_i(l\Delta t)]}{m_i^{(II)}(l\Delta t)} \leq \min \left\{ 1 - \frac{m_i(l\Delta t)}{m_i^{II}((l-1)\Delta t)}, \frac{m_i(l\Delta t)}{m_i^{II}((l-1)\Delta t)} - 1 \right\}. \quad (16)$$

Пусть, для определенности, минимум будет

$$1 - \frac{m_i(l\Delta t)}{m_i^{II}((l-1)\Delta t)} = \gamma_i(l\Delta t) \text{ и } \gamma_i(l\Delta t) < 1, \text{ тогда}$$

$$(1 - \gamma_i(l\Delta t))m_i^{II}((l-1)\Delta t) = m_i(l\Delta t). \quad (17)$$

Выясним, при каких условиях определение (17) корректно в том смысле, что

$$m_i(l\Delta t) \geq m_i^{II}((l-1)\Delta t). \quad (18)$$

Действительно, пусть  $\frac{m_i^{II}((l-1)\Delta t)}{m_i^{II}((l-1)\Delta t)} = \beta_i(l\Delta t) \geq 1$ . С учетом (17),

$$(1 - \gamma_i(l\Delta t))\beta_i(l\Delta t)m_i^{II}((l-1)\Delta t) = m_i(l\Delta t). \quad (19)$$

Отсюда для выполнения (18) получаем:

$$(1 - \gamma_i(l\Delta t))\beta_i(l\Delta t) \geq 1, \text{ или } \gamma_i(l\Delta t) \leq 1 - \frac{1}{\beta_i(l\Delta t)}, \quad (20)$$

причем  $\beta_i(l\Delta t) \geq 1$ .

Кроме того должны выполняться условия:

$$\begin{cases} m_2^{II}(l\Delta t) \leq N - m_1(l\Delta t) \leq m_2^I(l\Delta t), \\ m_1^{II}(l\Delta t) \leq N - m_2(l\Delta t) \leq m_1^I(l\Delta t). \end{cases} \quad (21)$$

Пусть  $\gamma_i(l\Delta t)$  - заданная относительная ошибка.

Если, например, для данного  $\gamma_2(l\Delta t)$  неравенство (20) не выполняется, то увеличиваем, как следует из (15),  $\beta_2(l\Delta t)$  либо за счет уменьшения

$\alpha_{\min}^{(2)}((l-1)\Delta t)$ , либо за счет увеличения  $\alpha_{\max}^{(2)}((l-1)\Delta t)$ , либо за счет уменьшения  $\gamma_2(l\Delta t)$  и тем самым увеличения  $m_2(l\Delta t)$ .

Таким образом, с учетом (16) истинные численности оцениваются на основе (22):

$$\begin{cases} m_2(l\Delta t) \leq m_2^{(H)}(l\Delta t) \leq m_2(l\Delta t) \cdot \frac{1}{1 - \gamma_2(l\Delta t)}, \\ m_1^{(H)}(l\Delta t) = N - m_2^{(H)}(l\Delta t). \end{cases} \quad (22)$$

## 7. Практическое применение

Рассмотрим пример.

Пусть  $N=50$ ,  $N_1 = 18 = m_1(0)$ ,  $N_2 = 32 = m_2(0)$ ,  $t_0 = 0$ ,  $\Delta t = 1$  неделя,  $\alpha_{\max}^{(1)}(0) = 0,022$ ,  $\alpha_{\max}^{(2)}(0) = 0,03$ ,  $\alpha_{\min}^{(1)}(0) = 0,0025$ ,  $\alpha_{\min}^{(2)}(0) = 0,005$ .

По формуле (15) находим:  $m_2^{(I)}(0) = 31,76$ ;  $m_2^{(II)}(0) = 32,92$ ;  $m_1^{(I)}(0) = 17,09$ ;  $m_1^{(II)}(0) = 18,24$ .

Тогда  $\beta(1) = \frac{32,92}{31,76} = 1,04$ . Пусть  $\gamma_2(1) = 0,02$ ,

т.е. погрешность определения численности учащихся зададим 2 %, что соответствует повышенной точности [2].

По формуле (17) находим:  $m_2(1) = 0,98 \cdot 32,92 = 32,26$ . Следовательно,  $m_1(1) = 17,74$ . Отсюда находим

$$32,26 \leq m_2^{(II)}(1) \leq 32,26 \cdot \frac{1}{0,98} = 32,92 \quad \text{и}$$

$17,09 \leq m_1^{(II)}(1) \leq 17,74$ . Таким образом, абсолютная погрешность составляет 0,6 учащегося, относительная - 1,2 %.

Пусть теперь  $l=2$  (конец второй недели) при тех же эффективностях. Тогда

$$m_2^{(I)}(1) = 33,13; m_2^{(II)}(1) = 33,18; \beta_2(2) = 1,002; \gamma_2(2) = 0,002;$$

т.е. погрешность составляет менее 0,2%, что соответствует повышенной точности [2]. Из (17) находим:

$$m_2(2) = 0,998 \cdot 33,18 = 33,11. \quad \text{Отсюда}$$

$$m_1(2) = 16,83. \quad \text{Истинное число учащихся}$$

$$\text{будет: } 33,18 \leq m_2^{(II)}(2) \leq 33,25;$$

$$16,75 \leq m_1^{(II)}(2) \leq 16,82.$$

Таким образом, средняя численность (также численность) сторонников стороны I уменьшается. Для ее увеличения должна уменьшиться средняя численность сторонников стороны II. Согласно формуле (17), для этого должна увели-

читься величина  $\gamma_2(l\Delta t)$  или величина  $m_2^{(II)}((l-1)\Delta t)$ . Для уменьшения последней, согласно формуле (15), сторона I должна увеличить  $\alpha_{\min}^{(1)}(l-1)\Delta t$ . Кроме того, как следует из (15),  $m_1(l\Delta t)$  увеличивается с увеличением  $\alpha_{\max}^{(1)}((l-1)\Delta t)$  и с уменьшением  $\alpha_{\max}^{(1)}((l-1)\Delta t)$ . Соответствующие эффективности находятся из формул (17). Для этого для заданных  $m_1(\Delta t)$ ,  $\gamma_i(l\Delta t)$ ,  $\alpha_{\min}^{(2)}(l-1)\Delta t$ ,  $\alpha_{\max}^{(2)}(l-1)\Delta t$  находятся: 1)  $\beta_1(l\Delta t)$  - формула (20); 2) из (19) определяется  $m_1^{(I)}((l-1)\Delta t)$ ; 3) по  $\beta_1$  и  $m_1^{(I)}$  находится  $\alpha_{\min}^{(2)}(l-1)\Delta t$ ; 4) из первых двух уравнений системы (15) находятся необходимые значения  $\alpha_{\min}^{(1)}(l-1)\Delta t$  и  $\alpha_{\max}^{(1)}(l-1)\Delta t$ .

Для увеличения данных эффективностей, по матрице целераспределения определяются те учащиеся, которым соответствуют эти эффективности.

Пусть, например,  $\alpha_{i_0 j_0}^{(1)}(l-1)\Delta t = \min_{1 \leq i \leq N_1} \min_{1 \leq j \leq N_2} \alpha_{ij}^{(1)}((l-1)\Delta t)$ .

Если  $i_0 = j_0$ , то с учащимся с номером  $i_0$  проводится индивидуальная агитационная работа. Если  $i_0 \neq j_0$ , то с учащимся с номером  $i_0$  проводится беседа с целью повышения плотности его общения с

учащимся с номером  $j_0$  для увеличения вероятности поступления последнего в вуз стороны I.

При этом результативность агитационной работы может существенно повыситься при использовании психологического портрета обучаемых [3,4], составленного по данным преподавателей школы.

**8. Оценка основных характеристик системы**

Рассмотрим числовые характеристики системы для противоборствующих друг с другом вузов в период профориентационной работы в данной школе. Речь пойдет о потребном порядке сил, представляющим собой первоначальное ко-

личество единиц  $N_1$  ( $N_2$ ), при котором средние численности сторон достигнут заданных значений к данному моменту времени  $t$ , а также о времени (потребное время), по истечении которого число сохранившихся единиц обеих сторон в последовательностях (1) и (2) будет не более (не менее) заданного, об оценке эффективности, и о коэффициенте превосходства, согласно которому происходит оценка превосходства одной стороны над другой.

Пусть момент времени  $t$ , численности  $m_1$  и  $m_2$  в момент  $t$  и интервал  $\Delta t$  заданы и  $l = \lfloor t / \Delta t \rfloor$ . При этом

$$\begin{cases} m_1^I(l\Delta t) \leq m_1 \leq m_1^II(l\Delta t), \\ m_2^I(l\Delta t) \leq m_2 \leq m_2^II(l\Delta t). \end{cases}$$

Совершая “ $l$ ” раз итерацию относительно правых и левых частей данных

неравенств, последнюю систему преобразуем к виду:

$$\begin{cases} a_1 N_1 + a_2 N_2 \leq m_1 \leq b_1 N_1 + b_2 N_2, \\ c_1 N_1 + c_2 N_2 \leq m_2 \leq d_1 N_1 + d_2 N_2. \end{cases}$$

Решая эту систему, находим множество точек  $(N_1, N_2)$  с целыми координатами, которые соответствуют потребному числу обеих сторон в начальный момент времени, чтобы средние численности в момент  $t$  составили  $m_1$  и  $m_2$  учащихся.

Пусть задан интервал  $\Delta t$ . Не нарушая общности, оценим время  $t$ , при котором

$$m_1(t) \geq m_1, m_2(t) \geq m_2. \tag{23}$$

Сначала полагаем  $l=1$ , находим, например,  $m_2^II(\Delta t)$  и  $N - m_2^II(\Delta t)$  сравниваем полученные значения с  $m_2$  и  $m_1$  соответственно. Если выполнены неравенства (23), то  $t = \Delta t$ . В противном случае переходим к значению  $l=l+1$  и весь про-

цесс повторяется до тех пор, пока не будут выполнены неравенства (23). Как только это произойдет для некоторого “ $l$ ”, полагаем  $t = l\Delta t$ .

Эффективности несложно определяются из (15).

Для оценки превосходства, например, стороны I над стороной II в момент  $t = (l+1)\Delta t$  найдем разность:

$$m_1^II(l\Delta t) - m_2^II(l\Delta t). \tag{24}$$

Очевидно, эта разность положительна тогда и только тогда, когда имеется превосходство стороны I в момент времени  $t = (l+1)\Delta t$ . Если разность (24) равна 0,

то имеем равновесие сил. Отсюда условие превосходства стороны I:

$$\frac{m_1^{\text{II}}(l\Delta t)}{m_2^{\text{II}}(l\Delta t)} > 1. \quad (25)$$

Положим  $\chi = \frac{m_1^{\text{II}}(l\Delta t)}{m_2^{\text{II}}(l\Delta t)}$  и назовем коэф-

фициентом превосходства стороны I, если  $\chi > 1$ ; если  $\chi < 1$ , то превосходство стороны II; если  $\chi = 1$  - равновесие сил.

### Заключение

В работе построена модель системного описания процесса противоборства вузов в профориентационный период учебного процесса с использованием системы дифференциальных уравнений Колмогорова, преобразованную в систему дифференциальных неравенств, решение которой находится по рекуррентной формуле с любой степенью точности. Решение отличается достаточной простотой и наглядностью. Данный метод позволяет описывать изменение численности без использования принципа квазирегулярности.

Сделана оценка основных характеристик системы. Предложенные в данной работе модель, ее характеристики и метод расчета численностей сторон без использования квазирегулярности достаточно гибко ориентированы на постоянно изменяющиеся условия противоборства, в частности, зависимость их от времени и соответствующих средних численностей в любой момент времени.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Советское радио, 1972. 552 с.
2. Ганичева А.В. Математика для юристов. СПб.: «Лань», 2017. 204 с.
3. Ганичева А.В. Математическое описание типологии учащихся // Мир лингвистики и коммуникации. 2014. № 2 (35). С. 36-42.
4. Ганичева А.В. Оценка психолого-педагогических портретов преподавателей и обучаемых // Экономические и гуманитарные исследования регионов. 2018. № 5. С. 30-33.

5. Ганичева А.В. Системный подход к процессу получения и формирования знаний // В мире научных открытий. 2011. № 12 (24). С. 83-101.
6. Кийко П.В. Математическая модель как метод решения проблемы конкурентоспособности вузов и повышение научно-исследовательской компетенции студентов // Омский научный вестник. 2015. № 4 (141). С. 166-169.
7. Кумицкий Б.М., Камалова Н.С., Евсикова Н.Ю. Дифференциальное моделирование динамики численности студентов ВУЗа // Материалы международной заочной научно-практической конференции «Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика». Воронеж: ВГЛТА. 2013. №5 (5). С. 441-449.
8. Исследование дифференциальных моделей для описания профориентационной работы / Б.М. Кумицкий [и др.] // Моделирование систем и процессов. Воронеж: ВГЛТА. 2012. № 3. С.34-36.
9. Кумицкий Б.М., Камалова Н.С., Евсикова Н.Ю. Математическое моделирование образовательной деятельности ВУЗа // Материалы международной заочной научно-практической конференции «Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика». Воронеж: ВГЛТА. 2013. №5 (5). С. 450-455.
10. Кумицкий Б.М., Камалова Н.С., Матвеев Н.Н. Математическое моделирование процессов профориентационной работы в ВУЗе // Моделирование систем и процессов. Воронеж: ВГЛТА. 2012. № 2. С.48-50.
11. Математическое моделирование учебного процесса как способ повышения качества образования / Б.М. Кумицкий [и др.] // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2014. № (2-3). С. 291-298.
12. Кумицкий Б.М., Матвеев Н.Н. Об эффективности профориентационной работы // Материалы конференции, посвященной 80-летию ВГЛТА «Учебные процессы в высшей школе». Воронеж: ВГЛТА. 2011. -С. 62-65.
13. Никитина А.А., Щербаков С.М. Визуальное и имитационное моделирование профориентационной деятельности учебного подразделения вуза // Экономика образования. 2017. № 4. С. 54-64
14. Рябинин С.В. Математическая модель профессионального выбора учащихся предпрофильных классов. // Современные проблемы науки и образования. 2011. № 6. URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=5162> (дата обращения: 27.08.2019).
15. Фисоченко О.Н., Ляхова Е.А. Построение профориентационной модели на основе дискриминантного анализа // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 6.; URL: <http://science-education.ru/ru/article/view?id=10790> (дата обращения: 20.09.2019).

*Рукопись поступила в редакцию 11.09.2019г.*

**MATHEMATICAL MODEL OF CAREER GUIDANCE WORK**

A. Ganicheva

The article is devoted to the development of a mathematical model for the systematic description of career guidance among students entering universities. The model describes the change in the number of students committed to different educational institutions through the organization of propaganda work. The general case of the dependence of the effectiveness of campaign work on time and the characteristics of warring units is considered. A recurrent formula is used to calculate the average numbers of the parties, to estimate the operational characteristics of the system (the required number of students, the time required to obtain the specified numbers of applicants, to change the coefficient of superiority of one side over the other depending on the time). The recurrence formula is derived from a system of differential inequalities. The developed method allows to organize career guidance activities in College, University, organization, enterprise. It can be used to model conflict situations in the confrontation between the parties: in jurisprudence (prosecution and defense), the educational process (correctly and incorrectly understood fragments of knowledge), in crop production (species struggle), in lithology (polemics of the parties), in case of competition between firms by using advertising on various types of products.

Key words: probability, confrontation of the parties, Poisson flow, recurrence formula, average numbers

## References

1. Ventcel' E.S. Issledovanie operacij. M.: Sovetskoe radio, 1972. 552 s.
2. Ganicheva A.V. Matematika dlya yuristov. SPb.: «Lan'», 2017. 204 s.
3. Ganicheva A.V. Matematicheskoe opisanie tipologii uchashchihsya // Mir lingvistiki i kommunikacii. 2014. № 2 (35). S. 36-42.
4. Ganicheva A.V. Ocenka psihologo-pedagogicheskikh portretov prepodavatelej i obuchaemykh // Ekonomicheskie i gumanitarnye issledovaniya regionov. 2018. № 5. S. 30-33.
5. Ganicheva A.V. Sistemnyj podhod k processu polucheniya i formirovaniya znaniy // V mire nauchnyh otkrytij. 2011. № 12 (24). S. 83-101.
6. Kijko P.V. Matematicheskaya model' kak metod resheniya problemy konkurentosposobnosti vuzov i povyshenie nauchno-issledovatel'skoj kompetencii studentov // Omskij nauchnyj vestnik. 2015. № 4 (141). S. 166-169.
7. Kumickij B.M., Kamalova N.S., Evsikova N.YU. Differencial'noe modelirovanie dinamiki chislennosti studentov VUZa // Materialy mezhdunarodnoj zaochnoj nauchno-prakticheskoy konferencii «Aktual'nye napravleniya nauchnyh issledovanij XXI veka: teoriya i praktika». Voronezh: VGLTA. 2013. №5 (5). S. 441-449.
8. Issledovanie differencial'nykh modelej dlya opisaniya proforientacionnoj raboty / B.M. Kumickij [i dr.] // Modelirovanie sistem i processov. Voronezh: VGLTA. 2012. № 3. S.34-36.
9. Kumickij B.M., Kamalova N.S., Evsikova N.YU. Matematicheskoe modelirovanie obrazovatel'noj deyatel'nosti VUZa // Materialy mezhdunarodnoj zaochnoj nauchno-prakticheskoy konferencii «Aktual'nye napravleniya nauchnyh issledovanij XXI veka: teoriya i praktika». Voronezh: VGLTA. 2013. №5 (5). S. 450-455.
10. Kumickij B.M., Kamalova N.S., Matveev N.N. Matematicheskoe modelirovanie processov proforientacionnoj raboty v VUZe // Modelirovanie sistem i processov. Voronezh: VGLTA. 2012. № 2. S.48-50.
11. Matematicheskoe modelirovanie uchebnogo processa kak sposob povysheniya kachestva obrazovaniya / B.M. Kumickij [i dr.] // Aktual'nye napravleniya nauchnyh issledovanij XXI veka: teoriya i praktika. 2014. № (2-3). S. 291-298.
12. Kumickij B.M., Matveev N.N. Ob effektivnosti proforientacionnoj raboty // Materialy konferencii, posvyashchennoj 80-letiyu VGLTA «Uchebnye processy v vysshej shkole». Voronezh: VGLTA. 2011. -S. 62-65.
13. Nikitina A.A., SHCHerbakov S.M. Vizual'noe i imitacionnoe modelirovanie proforientacionnoj deyatel'nosti uchebnogo podrazdeleniya vuza // Ekonomika obrazovaniya. 2017. № 4. S. 54-64
14. Ryabinin S.V. Matematicheskaya model' professional'nogo vybora uchashchihsya pred-profil'nykh klassov. // Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya. 2011. № 6. URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=5162> (data obrashcheniya: 27.08.2019).
15. Fisochenko O.N., Lyahova E.A. Postroenie proforientacionnoj modeli na osnove diskriminantnogo analiza // Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya. 2013. № 6.; URL: <http://science-education.ru/ru/article/view?id=10790> (data obrashcheniya: 20.09.2019).